

ГИА-9

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова



ГИА-9

МАТЕМАТИКА

ПОСОБИЕ ДЛЯ «ЧАЙНИКОВ»

МОДУЛЬ 3: РЕАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ ГИА-2014

9 класс

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
«МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ГИА»



ЛЕГИОН



**Учебно-методический комплекс
«Математика. Подготовка к ГИА-9»**

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

**БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ ГИА-2014.
ПОСОБИЕ ДЛЯ «ЧАЙНИКОВ».**

Модуль 3:

Реальная математика



ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2013

ББК 22.1

М 34

Рецензенты:

Евич Л. Н. — кандидат физико-математических наук, доцент

Ольховая Л. С. — учитель высшей категории

Авторский коллектив:

Иванов С. О., Ковалевская А. С., Войта Е. А., Резникова Н. М.,

Ханин Д. И., Нужа Г.Л., Коннова Е.Г.

М 34 Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для «чайников». Модуль 3: Реальная математика / Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2013. — 128 с. — (ГИА-9)

ISBN 978-5-9966-0441-8

Материал, представленный в этой книге, предназначен для **формирования устойчивых навыков при решении задач базового уровня** на ГИА по математике. Воспользовавшись пособием, можно научиться безошибочно решать задания первой части предстоящего экзамена и сэкономить время для решения более сложных задач.

Пособие состоит из 6 глав, каждая из которых включает в себя необходимую теоретическую информацию, разбор решений типовых задач, а также варианты для самостоятельного решения. Кроме того, в пособии приведено **10 обобщающих тренировочных тестов**, включающих задания по всем темам экзамена, рассмотренным в книге.

Предлагаемое издание адресовано учащимся 9-х классов общеобразовательных учреждений и учителям математики.

Книга является частью учебно-методического комплекса **«Математика. Подготовка к ГИА»**, состоящего из пособий «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014», «Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для „чайников“. Модуль 1: Алгебра», «Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2014» и др.

ББК 22.1

ISBN 978-5-9966-0441-8

© ООО «Легион», 2013

Оглавление

| | |
|--|-----|
| От авторов | 4 |
| Глава 1. Графическое и табличное представ- ление информации | 7 |
| Глава 2. Практическая геометрия | 28 |
| Глава 3. Текстовые задачи | 51 |
| Глава 4. Действия с формулами | 67 |
| Глава 5. Теория вероятностей | 72 |
| Глава 6. Статистика | 78 |
| Тренировочные тесты | 97 |
| Ответы | 125 |

От авторов

Книга «Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для „чайников“. Модуль 3: Реальная математика» входит в учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ГИА», выпускаемый издательством «Легион». Пособие предназначено для подготовки девятиклассников к ГИА (государственной итоговой аттестации) и будет полезно в течение всего учебного года. Оно адресовано учащимся 9-х классов общеобразовательных учреждений и учителям математики.

Материал, представленный в этой книге, служит для формирования **устойчивых навыков при решении задач базового уровня**. Воспользовавшись этой книгой, школьник научится безошибочно выполнять наиболее простые задания экзамена по математике и таким образом сможет сэкономить время для решения более сложных задач.

Пособие состоит из 6 глав, каждая из которых включает в себя

- краткий теоретический минимум;
- разбор решений типовых задач, подобные которым учащимся предстоит выполнять на экзамене;
- варианты для самостоятельного решения.

Каждый вариант для самостоятельного решения в главах 1, 4–6 рассчитан на выполнение в течение 15 минут, в главах 2, 3 — в течение 20 – 30 минут.

Книгу завершают **10 обобщающих тренировочных тестов**, включающих задания по всем главам книги. Каждый

тест рекомендуем выполнять в течение 40–45 минут, затем проверить правильность решения с помощью ответов, приведённых в конце пособия. Если ответы не совпадут, следует ещё раз решить задачу, а при необходимости найти подобную среди разобранных примеров.

Настоящее пособие составлено в соответствии со спецификацией и демонстрационным вариантом¹ ГИА 2013 года. Согласно спецификации, на рассмотренные в данной книге темы приходится 7 заданий первой части экзаменационной работы. Отметим, что для удовлетворительной сдачи экзамена необходимо правильно решить любые 2 задания из данной части.

Темы, не вошедшие в данное пособие, представлены в книгах «Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для „чайников“. Модуль 1: Алгебра», «Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для „чайников“. Модуль 2: Геометрия».

Обсудить пособия издательства «Легион», оставить свои замечания и предложения можно на официальном форуме издательства <http://forum.legionr.ru>

Комплекс «Математика. Подготовка к ГИА»

Перечислим книги, входящие в комплекс «Математика. Подготовка к ГИА», выпускаемый издательством «Легион»:

- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014.

Основная книга для подготовки к ГИА-9, включаю-

¹Находятся на сайте Федерального института педагогических измерений <http://www.fipi.ru>

щая необходимый теоретический минимум, сборник авторских тестов, составленных по последней спецификации ГИА, а также сборник задач.

- Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014. *Книга содержит решения всех тестовых заданий повышенного уровня сложности и всех задач из раздела «Задачник» пособия «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014»*
- Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2014. Алгебра, геометрия, теория вероятностей и статистика.
Сборник тестов, каждый из которых предназначен для проверки уровня усвоения определённого раздела программы по математике. Сборник охватывает все темы, отражённые в спецификации ГИА.
- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014. Учебно-тренировочные тесты.
Сборник авторских тестов, составленных по последней спецификации ГИА. Дополняет книгу «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2014».
- Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для «чайников». Модуль 1: Алгебра».
- Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для «чайников». Модуль 2: Геометрия».

Желаем успехов на экзамене!

Глава 1. Графическое и табличное представление информации

① Немного полезной информации

График характеризует изменение некоторой величины (температуры, количества осадков, стоимости акций и т.п.) от другой (например, времени). В простейших задачах с графиком нужно, как правило, найти

- наибольшее или наименьшее значение этой величины;
- разность между наибольшим и наименьшим её значениями;
- момент времени, когда величина примет какое-либо значение;
- ответ на другой, подобный этим, вопрос.

Главное при решении подобной задачи — внимательно прочитать условие и вопрос. При поиске ответа на этот вопрос надо прямо на графике провести недостающие линии, при необходимости дописать пропущенные числа (это касается «разметки» осей).

Иногда в этих заданиях употребляются фразы, обозначающие подобные вещи, например: «На рисунке показано изменение дневной температуры воздуха **на протяжении первых трёх недель мая**» или «На рисунке показано изменение температуры воздуха **на протяжении первой и второй декад мая**». Декада — это 10 дней. Напомним значения ещё некоторых слов.

Полдень — 12.00, полночь — 24.00 или 00.00. Квартал — 3 месяца.

☞ Задачи с решениями

Попробуем по одному и тому же графику решить несколько задач.

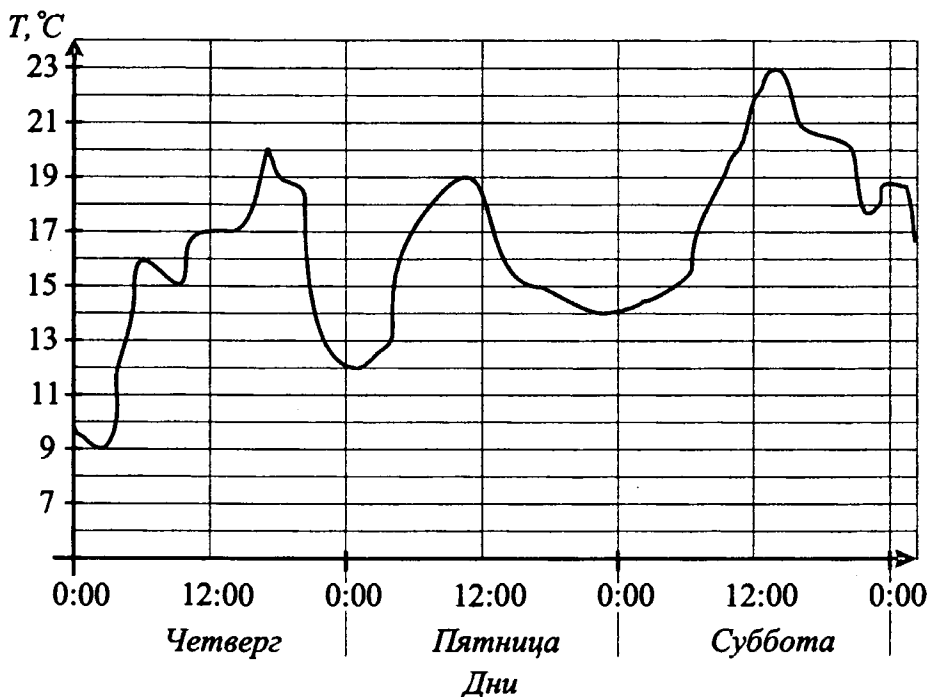


Рис. 1.

1. На графике (см. рис. 1) показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трёх суток, начиная с 0 часов четверга. На оси абсцисс отчается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия.

а) Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с пятницы на субботу (ночь длится с 18.00 до 6.00). Ответ дайте в градусах Цельсия.

б) Определите по рисунку разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры воздуха в четверг. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Решение.

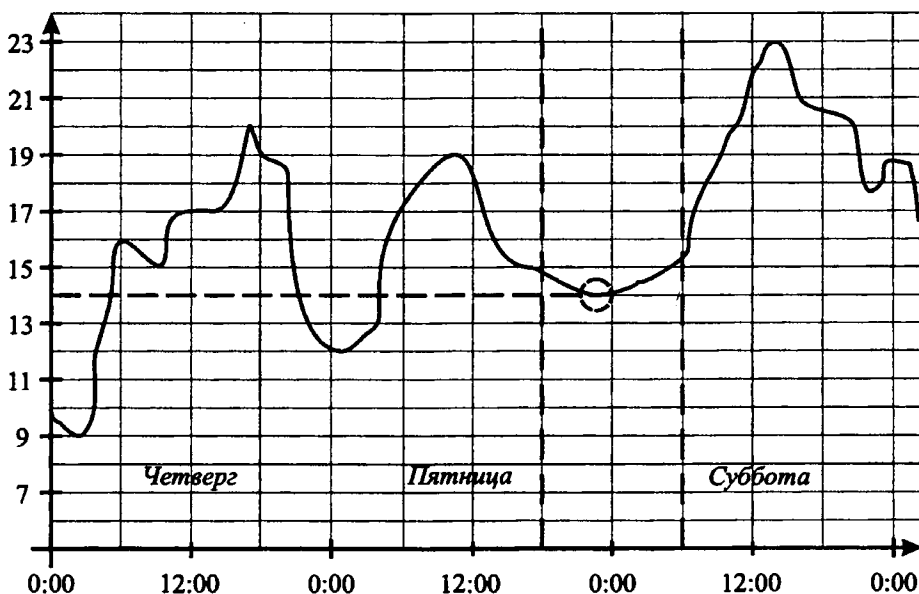


Рис. 2.

а) Прочитаем ещё раз задание: «Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с пятницы на субботу». На графике (см. рис. 2) отметим нужный промежуток времени (ночь с пятницы на субботу). Видим, что ответ 14 градусов.

Ответ: 14.

б) Прочитаем ещё раз задание: «Определите по рисунку разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры воздуха в четверг». На графике (см. рис. 3) выделяем временной промежуток — четверг. Находим наименьшее значение 9 и наибольшее 20. Находим разность $20 - 9 = 11$.

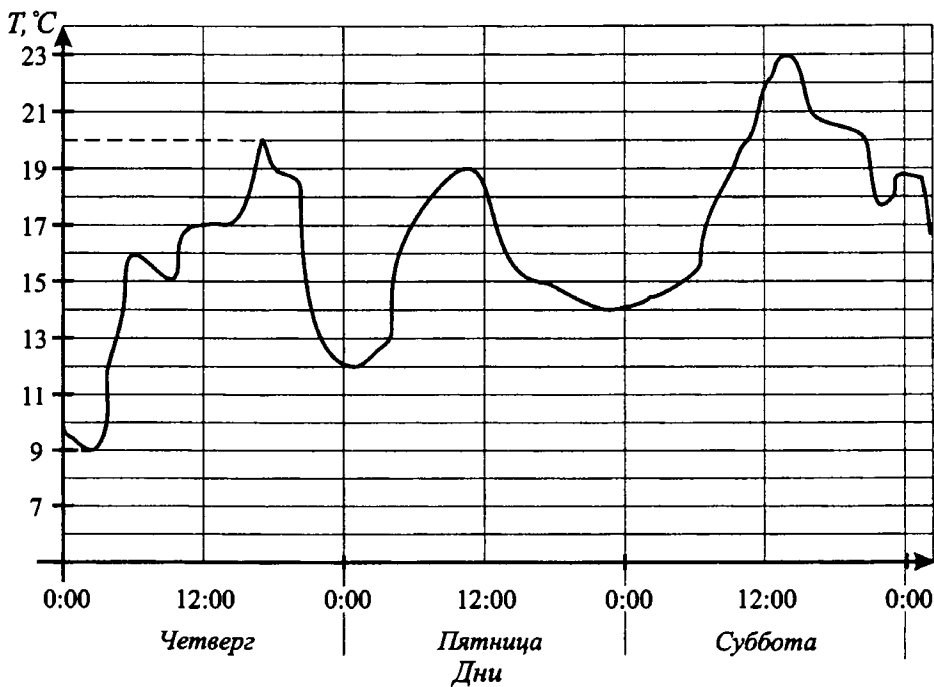


Рис. 3.

Ответ: 11.

2. На графике, изображённом на рисунке 4, жирными точками показано изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первые две недели июля. По оси абсцисс отложены числа месяца, по оси ординат — стоимость одной акции в рублях. Для наглядности жирные точки соединены линией. 3 июля бизнесмен приобрёл 200 акций этой компа-

нии. 50 из них он продал 4 июля, а 13 июля — остальные 150. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

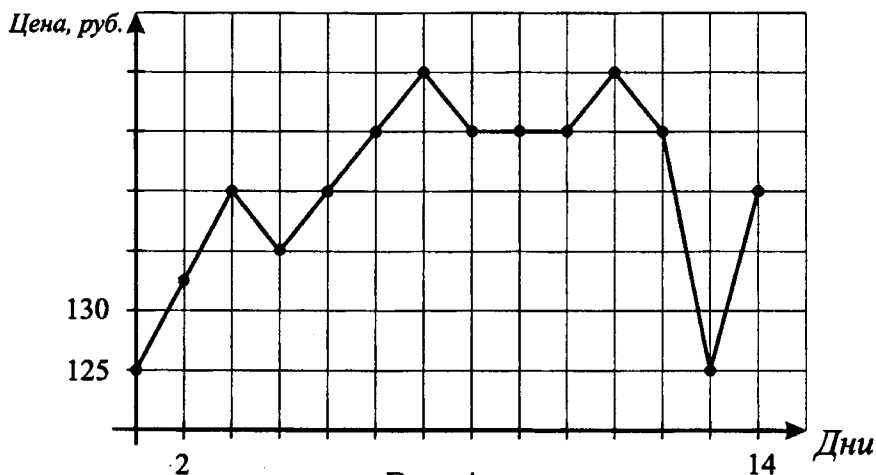


Рис. 4.

Решение.

Проставим на графике необходимые числа (дни и стоимость акций) (см. рис. 5).

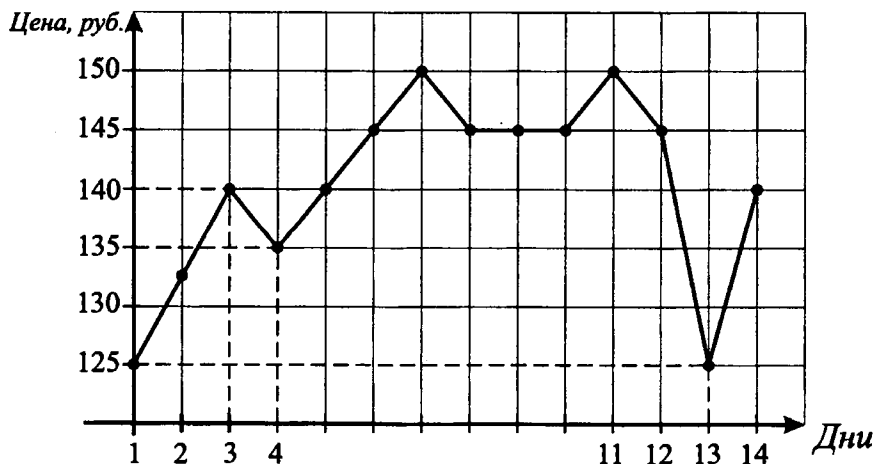


Рис. 5.

3 июля бизнесмен приобрёл 200 акций по цене 140 рублей и заплатил $200 \cdot 140 = 28\,000$ (рублей). 50 акций он продал 4 июля по цене 135 рублей и получил $50 \cdot 135 = 6750$ (рублей), а 13 июля он продал остальные 150 акций по цене 125 рублей за акцию, получив при этом $150 \cdot 125 = 18\,750$ (рублей). Всего он получил $6750 + 18\,750 = 25\,500$ (рублей), заплатил 28 000 рублей. Найдём, сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций: $28\,000 - 25\,500 = 2500$ (рублей).

Ответ: 2500.

3. Первый посев семян огурцов рекомендуется проводить в мае при среднесуточной температуре воздуха не менее $+8^\circ\text{C}$. На рисунке 6 жирными точками показана среднесуточная температура воздуха с 1 по 11 мая. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите, в течение скольких дней за этот период можно было производить посев огурцов.

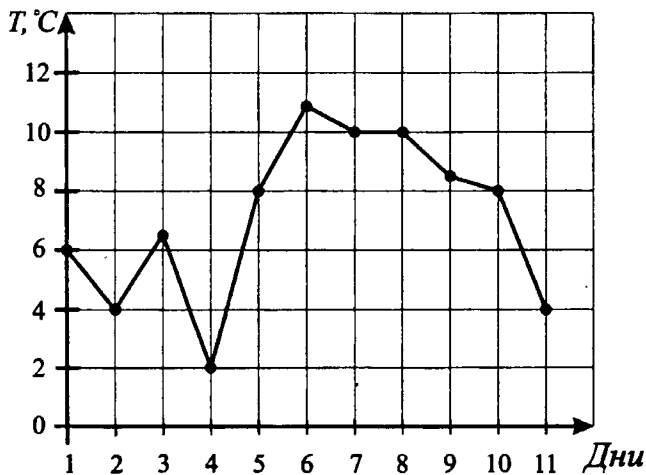


Рис. 6.

Решение.

Выделим на графике необходимые дни и значения температуры воздуха (см. рис. 7).

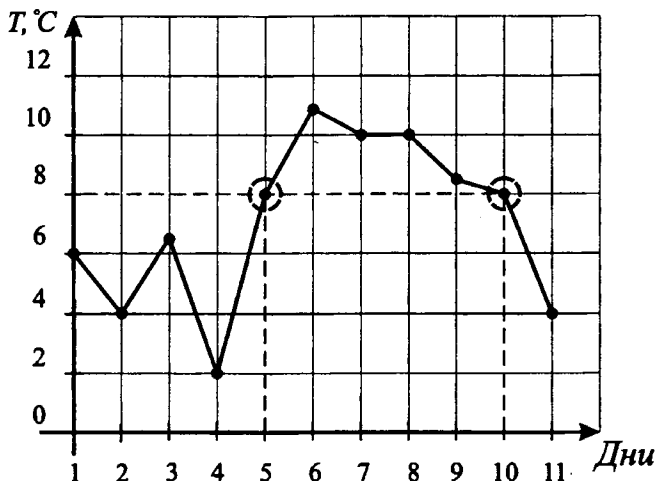


Рис. 7.

Среднесуточная температура воздуха в начале мае составляла не менее $+8^{\circ}\text{C}$ с 5 по 10 мая включительно, значит в эти дни можно было производить посев огурцов. Обратите внимание, что период с 5 по 10 мая включительно состоит из шести дней.

Ответ: 6.

4. Студент Петров выезжает из Батайска в Ростов-на-Дону на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице приведено расписание утренних автобусов автостанции Батайск до автостанции Ростов-на-Дону.

| Отправление от автост. Батайск | Прибытие на автост. Ростов-на-Дону |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| 7 : 15 | 7 : 55 |
| 7 : 30 | 8 : 10 |
| 7 : 45 | 8 : 25 |
| 8 : 00 | 8 : 40 |

Путь от автостанции до университета занимает 35 минут. Укажите время отправления от автостанции Батайск самого позднего из автобусов, которые подходят студенту.

- 1) 7:15 2) 7:30 3) 7:45 4) 8:00

Решение.

Так как путь от автостанции до университета занимает 35 минут, а занятия в университете начинаются в 9:00, то самое позднее время прибытия возможно только в 8:25, поэтому подходит автобус, у которого время отправления в 7:45.

Ответ: 3.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. На рисунке 8 показано изменение температуры воздуха на протяжении суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значения температуры в градусах Цельсия.

Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха за эти сутки. Ответ дайте в градусах Цельсия.

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На

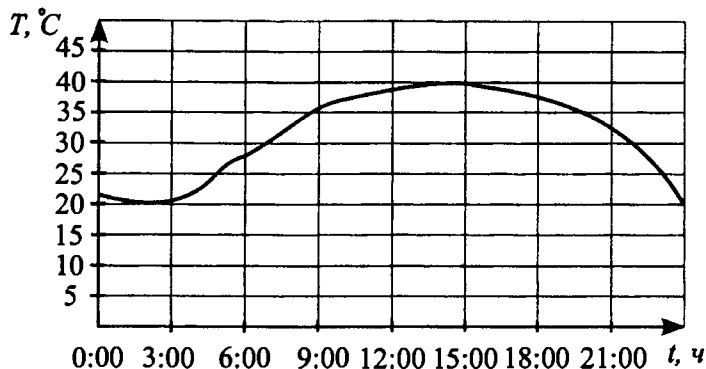


Рис. 8.

рисунке 9 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. По горизонтальной оси откладывается время в часах, прошедшее с момента завершения подзарядки, по вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика после завершения подзарядки напряжение уменьшится до 1,4 вольт.

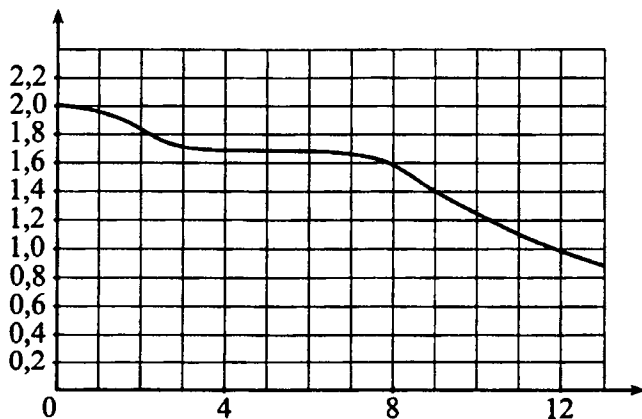


Рис. 9.

3. В таблице приведены условия выполнения разрядных требований по подводному плаванию в ластах и с аквалангом для юношей.

| Дистанция | 1 | 2 | 3 |
|-----------------|-------|-------|-------|
| 50 м (секунды) | 20,5 | 23,5 | 25,5 |
| 100 м (секунды) | 45,5 | 51,5 | 57,0 |
| 200 м (секунды) | 107,5 | 118,0 | 130,0 |

Василий проплыл 100 м за 51,55 секунд. Какой разряд по подводному плаванию в ластах был присвоен Василию?

- 1) 1 разряд
- 2) 2 разряд
- 3) 3 разряд
- 4) норматив не выполнен

4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 24 одинаковых стекла в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на перевозку. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

| Фирма | Цена стекла (руб. за 1 м^2) | Перевозка (руб. за весь заказ) |
|-------|---|-----------------------------------|
| А | 420 | 200 |
| Б | 440 | 150 |
| В | 460 | бесплатно |

Вариант 2

1. Студент Иванов выезжает из Ростова-на-Дону в Москву на студенческую научно-практическую конференцию в МГУ.

Конференция начинается в 11:30. В таблице приведено расписание утренних самолетов от аэропорта г. Ростов-на-Дону до аэропорта Шереметьево в Москве.

| Отправление из аэропорта г. Ростова-на-Дону | Прибытие в аэропорт г. Москвы |
|--|----------------------------------|
| 5 : 20 | 6 : 45 |
| 6 : 30 | 7 : 55 |
| 7 : 25 | 8 : 50 |
| 8 : 20 | 9 : 45 |

Путь от аэропорта до университета МГУ занимает 1 час 45 минут. Укажите время отправления позднего из рейсов самолёта, которые подходят студенту.

- 1) 5:20 2) 6:30 3) 7:25 4) 8:20

2. На рисунке 10 показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте в течение двух суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.

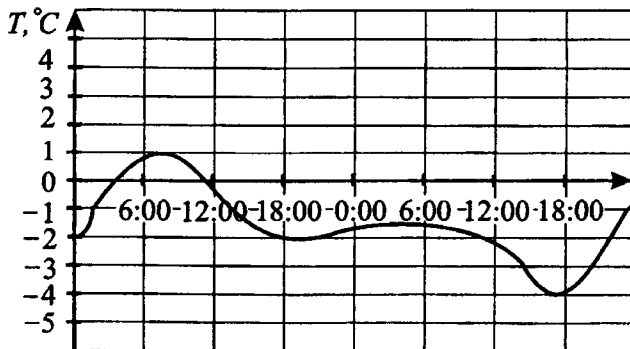


Рис. 10.

Определите по графику разность (в градусах Цельсия) между наибольшей и наименьшей температурами воздуха за эти двое суток.

3. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту (см. рис. 11). На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. Чему равен крутящий момент (в Н·м), если двигатель делает 3500 оборотов в минуту?

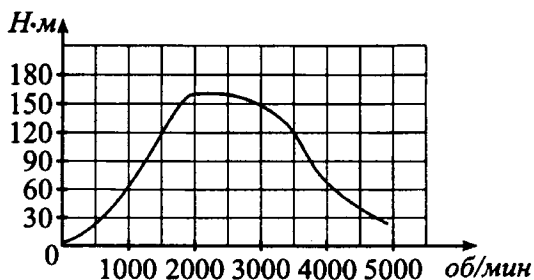


Рис. 11.

4. В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 50 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

| Фирма такси | Подача машины | Стоимость 1 минуты поездки |
|-------------|---------------|-------------------------------|
| А | 150 руб. | 7 руб. |
| Б | Бесплатно | 12 руб. |
| В | 50 руб. | 10 руб. |

Вариант 3

1. Дорожный знак, изображённый на рисунке 12, называется «Ограничение длины». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства, габариты которого (с грузом или без груза) превышают установленную длину. Какому из транспортных средств этот знак запрещает проезд?



Рис. 12.

- 1) «Камаз» с прицепом для перевозки леса длиной 12500 мм
- 2) «МАЗ» для перевозки рельсов длиной 10250 мм
- 3) «Вольво» для перевозки труб длиной 11750 мм
- 4) «ГАЗ» для перевозки труб длиной 9800 мм

2. В таблице приведены условия выполнения разрядных требований по подводному плаванию в ластах и с аквалангом для девушек.

| Дистанция | 1 | 2 | 3 |
|-----------------|-------|-------|-------|
| 50 м (секунды) | 24,0 | 26,5 | 29,0 |
| 100 м (секунды) | 51,5 | 59,0 | 69,0 |
| 200 м (секунды) | 112,0 | 130,0 | 150,0 |

Татьяна проплыла 50 м за 24,15 секунды. Какой разряд по подводному плаванию в ластах получила Татьяна?

- 1) 1 разряд
- 2) 2 разряд

- 3) 3 разряд
4) норматив не выполнен

3. На рисунке 13 показано изменение температуры воздуха на протяжении суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.

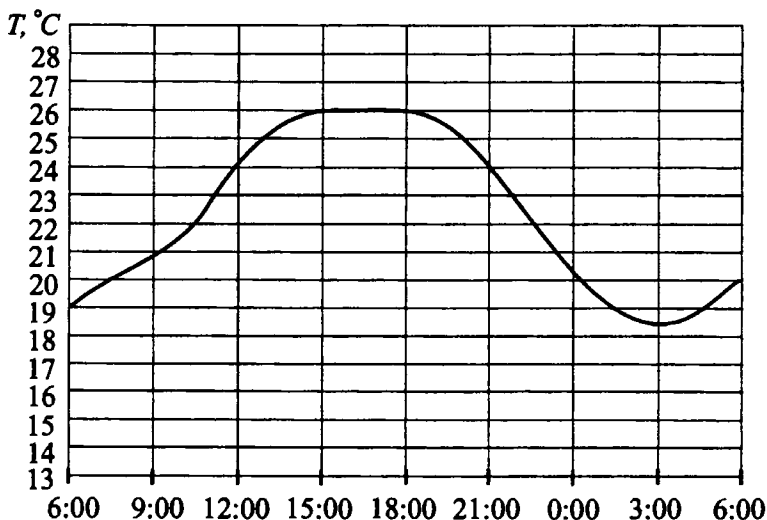


Рис. 13.

Определите по графику, сколько часов прошло между моментами, когда температура впервые за эти сутки приняла наибольшее и наименьшее значения.

4. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля (см. рис. 14). На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, за сколько минут двигатель нагреется с 40°C до 70°C .

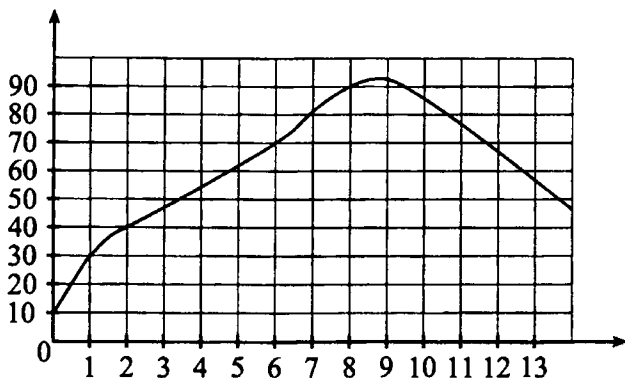


Рис. 14.

Вариант 4

1. Дорожный знак, изображённый на рисунке 15, называется «Ограничение по весу». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства по мосту (с грузом или без груза) превышающего установленный тоннаж. Какому из транспортных средств этот знак запрещает проезд?



Рис. 15.

- 1) Грузовик «ГАЗ» с грузом 900 кг
- 2) Грузовик «Мерседес» с грузом 8900 кг
- 3) Бортовой грузовик для перевозки двадцати труб весом по 500 кг
- 4) Грузовик «МАЗ» с грузом 7800 кг

2. На рисунке 16 показано изменение температуры воздуха на протяжении двух суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.

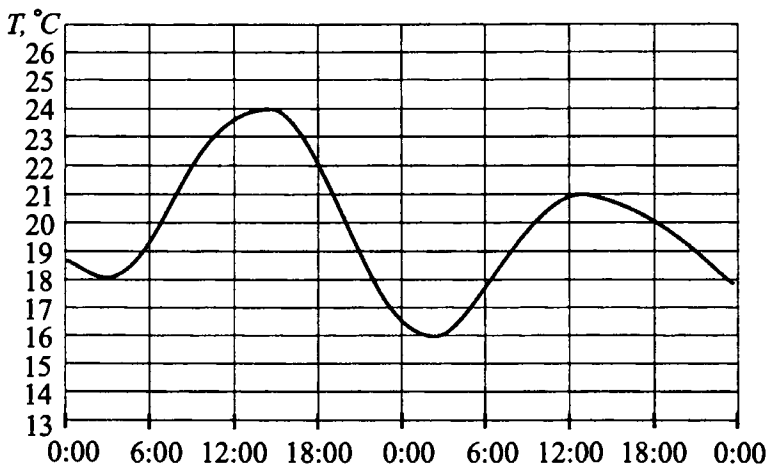


Рис. 16.

Определите по графику разницу (в градусах Цельсия) между наименьшими значениями температуры за эти двое суток.

3. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортёрной ленте. При проектировании транспортёра необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспорта. На рисунке 17 изображена зависимость натяжения ленты от α — угла наклона транспортёра к горизонту при расчётной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъёма в градусах, на оси ординат — сила

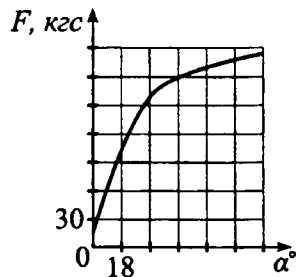


Рис. 17.

натяжения транспортёрной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 180 кгс? Ответ дайте в градусах.

4. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

| | 1 | 2 | 3 |
|------------------|---|--------------------------------------|--|
| Автобус | От дома до автобусной станции — 10 мин | Автобус в пути: 1 ч 15 мин | От остановки автобуса до дачи пешком 5 мин |
| Электричка | От дома до станции железной дороги — 25 мин | Электричка в пути: 1 ч 5 мин | От станции до дачи пешком 10 мин |
| Маршрутное такси | От дома до остановки маршрутного такси — 25 мин | Маршрутное такси : в дороге — 35 мин | От остановки маршрутного такси до дачи пешком — 35 мин |

Вариант 5

1. Можно перевести 56 т груза на стройку, заказав машину в одной из трёх фирм.

| Название фирмы | Грузоподъёмность одной машины в т | Стоимость аренды 1 машины в рублях |
|----------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| А | 5 | 3500 |
| Б | 8 | 4600 |
| В | 10 | 5800 |

Какую наименьшую сумму (в рублях) надо заплатить, чтобы перевезти груз на машинах одной из этих фирм?

2. На рисунке 18 показан график зависимости длины тормозного пути некоторого автомобиля от скорости, с которой он может двигаться по тренировочному треку. По горизонтальной оси откладывается скорость (в км/ч), по вертикальной — длина тормозного пути (в метрах). Определите по графику, с какой наибольшей скоростью может двигаться в данных условиях автомобиль, чтобы его тормозной путь был не более 45 м. Ответ укажите в км/ч.

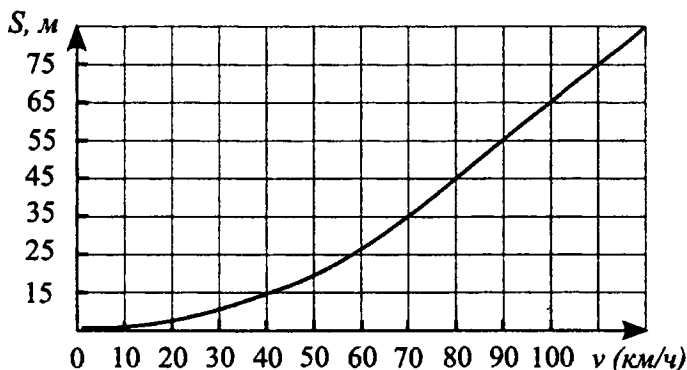


Рис. 18.

3. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока

в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке 19 показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Сколько ампер составляет сила тока в цепи при сопротивлении 1,5 Ом?

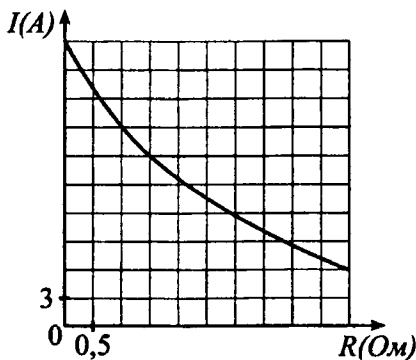


Рис. 19.

4. Для строительства дачи нужно приобрести 20 кубометров строительного бруса у одного из двух поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

| Поставщик | Цена бруса (за 1 м^3) | Стоимость доставки | Дополнительные условия |
|-----------|------------------------------------|-----------------------|--|
| А | 3100 руб. | 9200 руб. | |
| Б | 3300 руб. | 8000 руб. | При заказе на сумму больше 60000 руб. доставка бесплатно |

Вариант 6

1. На рисунке 20 показан график изменения разряда аккумулятора мобильного телефона. На вертикальной оси отчается напряжение (в вольтах), на горизонтальной оси — время работы телефона (в часах) после подзарядки. Определите по графику, какое напряжение (в вольтах) будет давать аккумулятор через 20 часов после подзарядки.

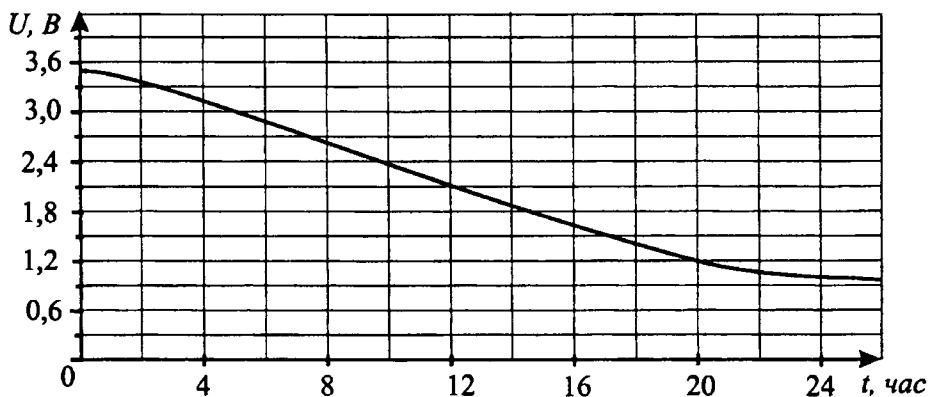


Рис. 20.

2. В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое ещё не вступило в реакцию, со временем уменьшается.

На рисунке 21 эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса оставшегося реагента, который ещё не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за первые четыре минуты.

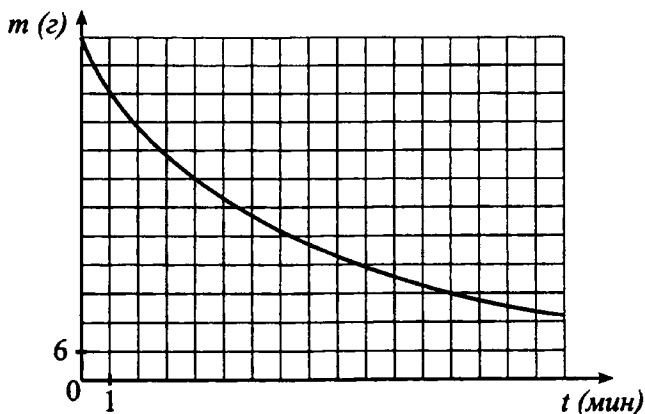


Рис. 21.

3. На соревнованиях по фигурному катанию за произвольную программу были выставлены баллы. Выпишите номера двух спортсменов, ставших победителями.

| Номера участников | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Результаты (баллы) | 5,5 | 6,0 | 5,6 | 5,9 | 5,2 |

- 1) 2; 3
- 2) 2; 4
- 3) 2; 1
- 4) 3; 4

4. Дорожный знак, изображённый на рисунке 22, называется «Ограничение высоты». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства, габариты которого (с грузом или без груза) превышают установленную высоту. Какому из данных транспортных средств этот знак запрещает проезд?

- 1) автомобиль «Газель» 1800 мм
- 2) бензовоз 3500 мм
- 3) троллейбус 3700 мм



Рис. 22.

4) международный автобус 4500 мм

Глава 2. Практическая геометрия

Как правило, в задачах практической геометрии используется подобие треугольников. Напомним некоторые определения и теоремы.

① Немного полезной информации

Подобие фигур

Часто встречаются фигуры, которые имеют разные размеры, но одинаковую форму, например, все круги или все квадраты. Такие фигуры называют подобными.

Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны друг другу ($\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$), если $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$ и $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$, где k называют коэффициентом подобия (см. рис. 23).

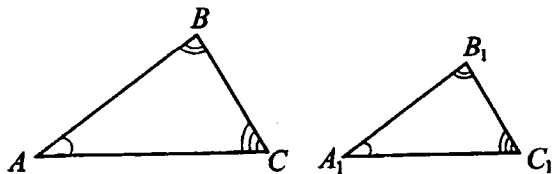


Рис. 23.

В подобных треугольниках медианы, биссектрисы и высоты пропорциональны с тем же коэффициентом.

Признаки подобия треугольников

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Например, если $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ (см. рис. 24).

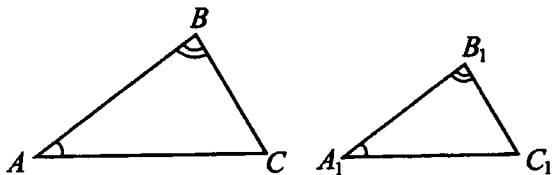


Рис. 24.

2. Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы, заключённые между этими двумя сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

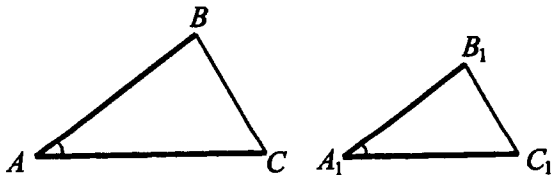


Рис. 25.

Например, если $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC}$ и $\angle A = \angle A_1$, то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ (см. рис. 25).

3. Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого, то такие треугольники подобны.

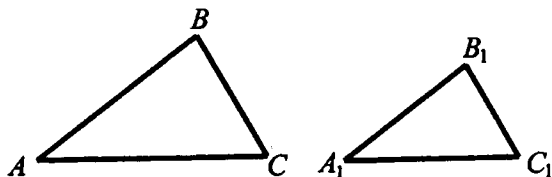


Рис. 26.

Например, если $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC}$, то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ (см. рис. 26).

Теорема Пифагора.

Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Например, $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (см. рис. 27).

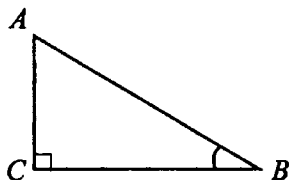


Рис. 27.

☞ Задачи с решениями

1. От столба к палатке «Мороженое» натянут провод длиной 13 м, который закреплён на стене палатки на высоте 3 м от земли (см. рис. 28). Вычислите высоту столба, если расстояние от палатки до столба равно 12 м.

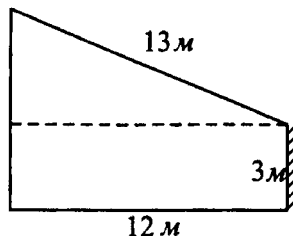


Рис. 28.

Решение.

В $\triangle ABC$ $\angle A = 90^\circ$, $AC = 12$ м, $BC = 13$ м. По теореме Пифагора имеем $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Отсюда $AB^2 = BC^2 - AC^2$, $AB^2 = 13^2 - 12^2 = 25$, $AB = 5$ м.

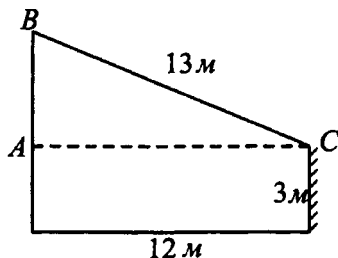


Рис. 29.

Учитывая, что высота палатки 3 м, найдём высоту столба:
 $5 \text{ м} + 3 \text{ м} = 8 \text{ м}$.

Ответ: 8.

2. Определите ширину реки AA_1 (см. рис. 30), если $BC_1 = 50$ м, $BC = 15$ м, $AB = 18$ м, $\angle A = \angle A_1$. (Ответ дайте в метрах.)

Решение.

На местности отметим точки A и B так, чтобы они находились на одной прямой с точкой A_1 . На берегу отметим точки C и C_1 так, чтобы AC была параллельна A_1C_1 .

Получим $\triangle ABC \sim \triangle A_1BC_1$

$$\frac{A_1B}{AB} = \frac{BC_1}{BC}, A_1B = \frac{AB \cdot BC_1}{BC} = \frac{18 \cdot 50}{15} = 60 \text{ (м)}.$$

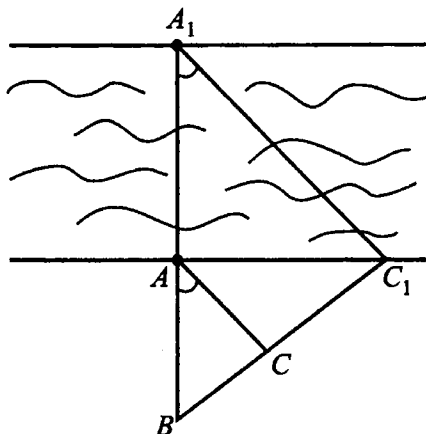


Рис. 30.

$$AA_1 = A_1B - AB = 60 - 18 = 42 \text{ (м)}.$$

Ответ: 42.

3. Проектор полностью освещает экран A высотой 60 см, расположенный на расстоянии 300 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 150 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными (см. рис. 31)?

Решение.

Из рисунка 32 $\triangle OAA_1 \sim \triangle OBB_1$, значит,

$$\frac{BB_1}{AA_1} = \frac{OH_1}{OH}, \frac{150}{60} = \frac{OH_1}{300},$$

$$OH_1 = 300 \cdot \frac{150}{60} = 5 \cdot 150 = 750 \text{ (см)}.$$

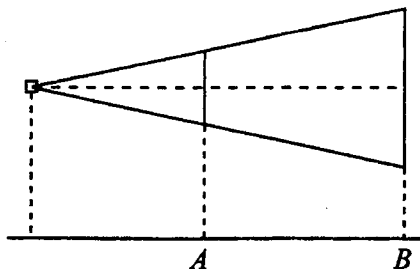


Рис. 31.

Здесь используется свойство, что высоты подобных треугольников (OH и OH_1) относятся так же, как и стороны ($\frac{OH_1}{OH} = \frac{BB_1}{AA_1}$).

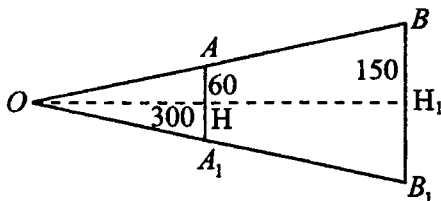


Рис. 32.

Ответ: 750.

4. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 20 шагов от фонарного столба и отбрасывает тень длиной в 20 шагов. Определите высоту столба в метрах.

Решение.

Рассмотрим рисунок 33. $\triangle ACD \sim \triangle ABE$, $\frac{CD}{BE} = \frac{AD}{AE}$;

$$AD = AE + ED = 20 + 20 = 40; \quad \frac{CD}{1,8} = \frac{40}{20}; \quad \frac{CD}{1,8} = 2;$$

$$CD = 3,6 \text{ (м)}.$$

Ответ: 3,6.

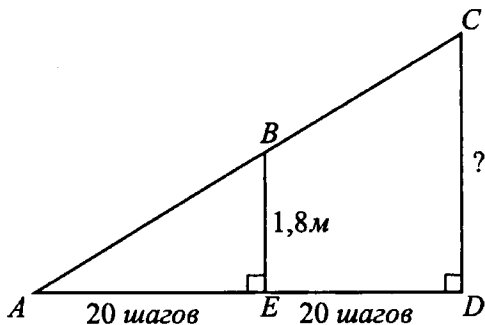


Рис. 33.

Движение плоскости — это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние.

Осевая симметрия

Осевая симметрия задаётся прямой, которую называют осью симметрии. Две точки A и A_1 называются симметричными относительно прямой a , если эта прямая проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к нему (см. рис. 34).

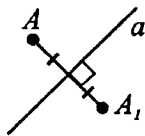


Рис. 34.

Если точка лежит на прямой a , то она симметрична сама себе относительно этой прямой.

У фигуры есть **ось симметрии** — прямая a , если для каждой точки фигуры симметричная ей относительно прямой a точка также принадлежит этой фигуре. На рисунке 35 изображены оси симметрии некоторых фигур. Если мысленно «перегнуть» фигуру по оси симметрии, то части фигуры должны совпасть.

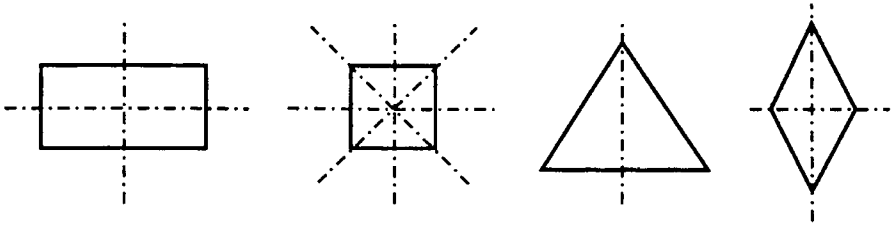


Рис. 35.

Центральная симметрия

Центральная симметрия задаётся точкой.

Эта точка называется **центром симметрии**.

Две точки A и A_1 называются симметричными относительно точки O , если O — середина отрезка AA_1 (см. рис. 36).

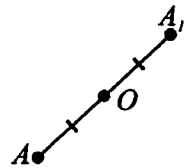


Рис. 36.

Фигура называется симметричной относительно точки O , если для каждой точки фигуры симметричная ей относительно O точка также принадлежит этой фигуре. На рисунке 37 изображены центры симметрии некоторых фигур.

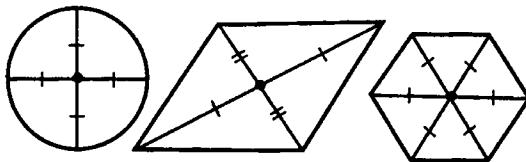



Рис. 37.

Параллельный перенос

Параллельный перенос задаётся вектором. При параллельном переносе на вектор \vec{a} точка M отображается в точку M_1 , если $\overrightarrow{MM_1} = \vec{a}$.



Рис. 38.

Рисунок 38 получен применённым трижды параллельным переносом фигуры  на вектор \vec{a} , равный длине этой фигуры.

Поворот

Поворот задаётся неподвижной точкой и углом поворота.

Поворотом плоскости вокруг точки O на угол α называют отображение плоскости на себя, при котором точка M отображается в точку M_1 так, что $OM = OM_1$ и $\angle MOM_1$ равен α (см. рис. 39).

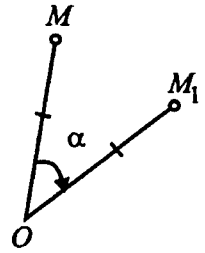


Рис. 39.

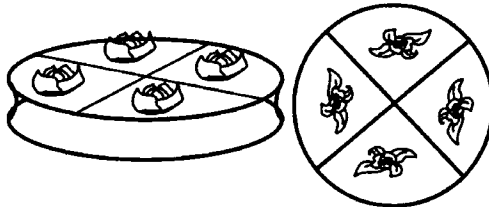


Рис. 40.

На рисунке 40 торт порезан на куски, каждый из которых получился из соседнего поворотом на 90° . При повороте на 90° «переходит сам в себя».

8 — Задачи с решениями

1. а) Колесо имеет 12 спиц (см. рис. 41). Сколько осей симметрии имеет колесо? б) Сколько всего осей симметрии имеет фрагмент, изображённый на рисунке?

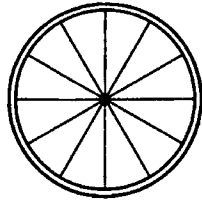


Рис. 41.

ет фрагмент, изображённый на рисунке?

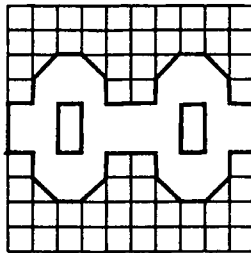


Рис. 42.

в) Сколько всего осей симметрии имеет фигура, изображённая на рисунке 43?

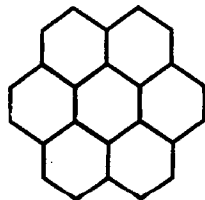


Рис. 43.

Решение.

а) Оси симметрии проходят как «по спицам», так и

посередине между спицами (как показано на рисунке 44).
Всего 12 осей симметрии.

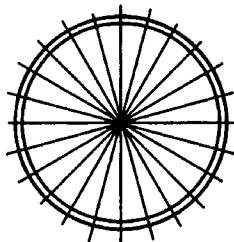


Рис. 44.

Ответ: 12.

б) Оси симметрии проходят так. Таких осей 2.

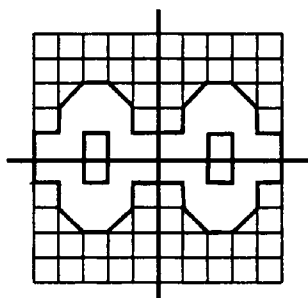


Рис. 45.

Ответ: 2.

в) Оси симметрии проходят так, как показано на рисунке 46. Таких осей 6.

Ответ: 6.

2. Пол на кухне разбит на маленькие равные квадраты, некоторые из них чёрного цвета (см. рис. 47). Какое минимальное количество квадратов чёрного цвета нужно ещё приклеить на

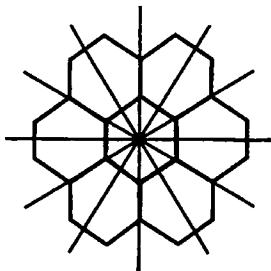


Рис. 46.

пол, чтобы полученная фигура стала симметричной относительно диагонали кухни — прямой AB ?

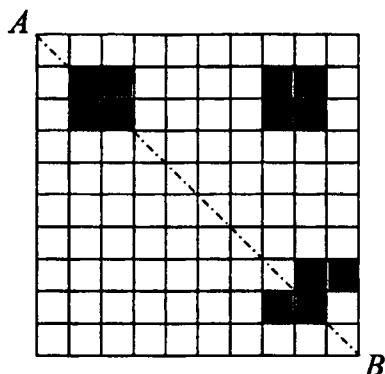


Рис. 47.

Решение.

На рисунке 48 выделены пунктиром квадраты, которые нужно приклеить на пол, чтобы полученная фигура стала симметричной относительно диагонали AB . Видим, что таких квадратов 5.

Ответ: 5.

3. Карточку, изображённую на рисунке 49, повернули на 90° по часовой стрелке.

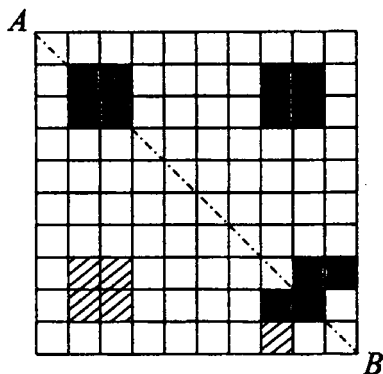


Рис. 48.

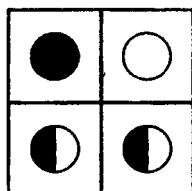


Рис. 49.

Какая из карточек, изображённых на рисунке 50, при этом получилась?

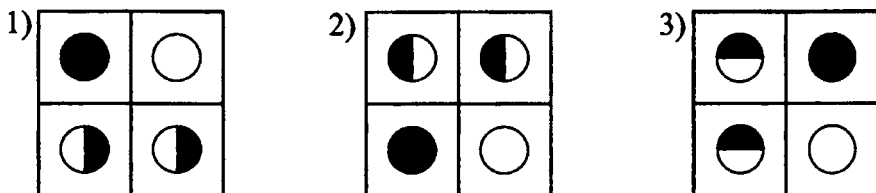


Рис. 50.

Решение.

При повороте карточки на 90° по часовой стрелке могли получить карточку только как на карточке 3 рисунка 50, потому что, например, чёрный кружок повернётся и попадёт в правый верхний угол (см. рис. 51). Убедитесь, что и другие круги перейдут на места кружков карточки 3 рисунка 50.

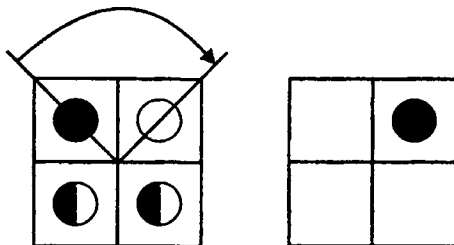


Рис. 51.

Ответ: 3.

4. Воздушный шар взлетел из пункта A и летит с постоянной скоростью 10 км/ч в течение 3 часов. Затем он поворачивает на 90° и летит с той же скоростью ещё 4 часа и прибывает в пункт B . Найдите расстояние от A до B в километрах.

Решение.

Нарисуем схему полёта шара (см. рис. 52). Видим, что до точки поворота шар пролетел расстояние $AP = 10 \cdot 3 = 30$ км, а после точки поворота — расстояние $PB = 10 \cdot 4 = 40$ км. По теореме Пифагора найдём AB . $AB^2 = AP^2 + PB^2 = 30^2 + 40^2 = 2500$, $AB = 50$ (км).

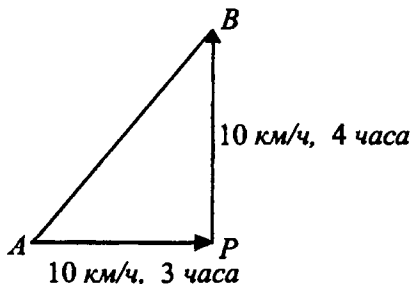


Рис. 52.

Ответ: 50.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Для определения высоты башни можно использовать зеркало, как показано на рисунке 53. Луч света CD , отражаясь от зеркала в точке C , попадает в глаз человека (точку B). Определите высоту башни, если рост человека $AB = 165$ см, $AC = 120$ см, $KC = 9,6$ м, $\angle 1 = \angle 2$. Ответ выразите в метрах.

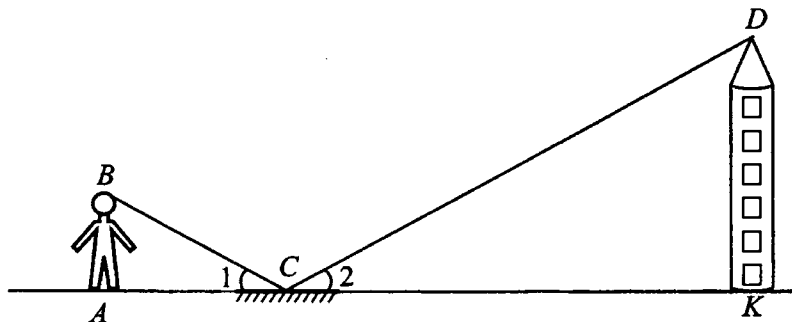


Рис. 53.

2. Найдите высоту здания (см. рис. 54), если длина его тени равна 45 м, а длина тени человека ростом 180 см равна 3 м. Ответ выразите в метрах.

3. Мальчики хотят покататься на качелях (см. рис. 55), короткое плечо которых имеет длину 100 см, а длинное — 200 см. Петя сел на длинное плечо качелей, а Коля — на короткое. На сколько метров поднимется Петя, если Коля опустил на 40 см?

4. Проектор полностью освещает экран A высотой 40 см, расположенный на расстоянии 120 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно

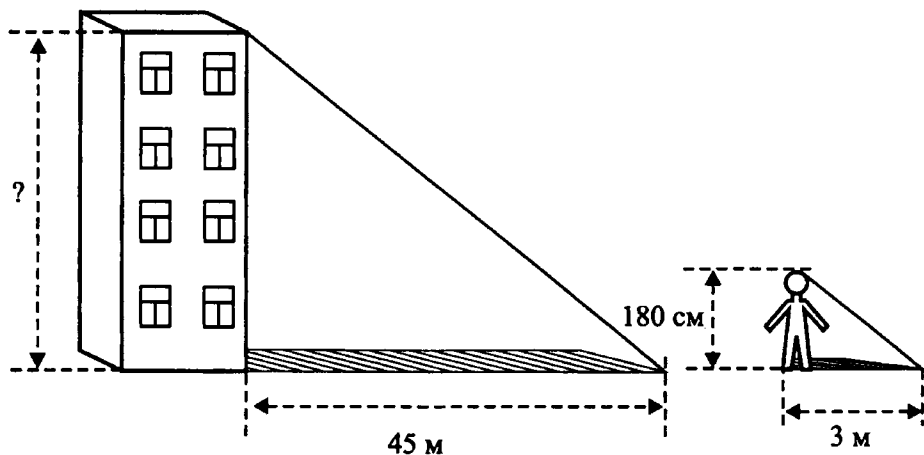


Рис. 54.

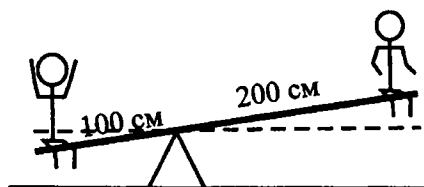


Рис. 55.

расположить экран B высотой 200 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора останутся неизменными (см. рис. 56)?

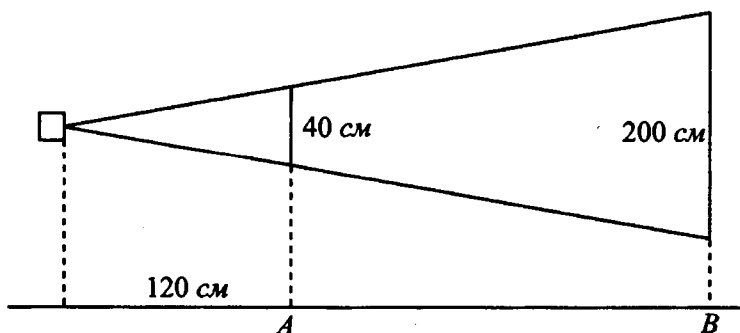


Рис. 56.

Вариант 2

1. Проектор полностью освещает экран A высотой 140 см, расположенный на расстоянии 350 см от проектора (см. рис. 57). На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 70 см, чтобы он был полностью освещен, если настройки проектора остаются неизменными?

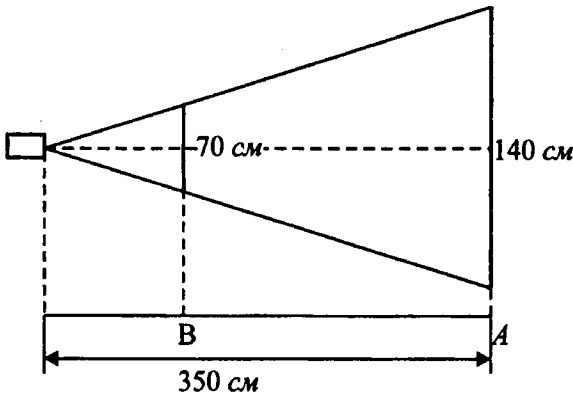


Рис. 57.

2. Лампа висит над центром стола с квадратной поверхностью размером 1,2 м \times 1,2 м на высоте 2,4 м от стола (см. рис. 58). Найдите длину тени стола, если высота стола равна 0,8 м. Ответ укажите в метрах.

3. Найдите высоту ёлочки, растущей в шести метрах от фонарного столба (см. рис. 59) высотой 4,5 м, если она отбрасывает тень длиной 3 м. Ответ дайте в метрах.

4. Определите ширину ущелья в горах AA_1 (см. рис. 60), если $AB = 21$ м, $BC_1 = 30$ м, $BC = 14$ м, $\angle A = \angle A_1$. (Ответ дайте в метрах.)

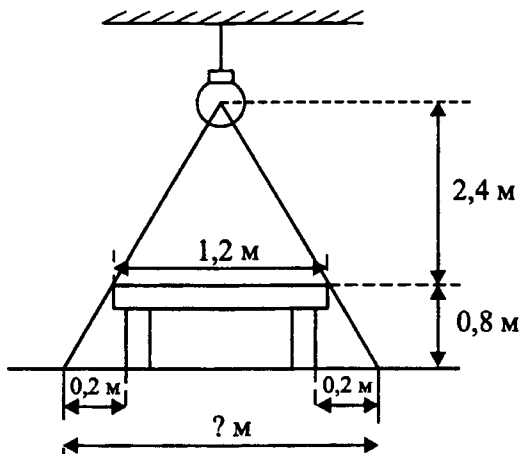


Рис. 58.

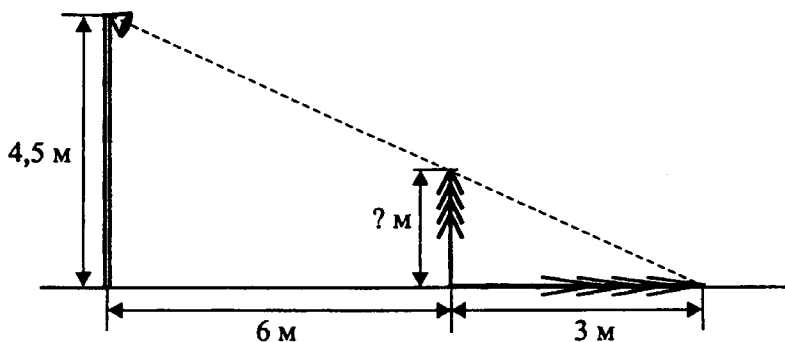


Рис. 59.

Вариант 3

1. Спортивная площадка площадью 72 м^2 имеет форму квадрата (см. рис. 61). Лампа освещает круг радиуса, равного высоте, на которой она подвешена. На какой минимальной высоте (в м) следует подвесить лампу, чтобы осветить всю площадку?

2. Удочка закреплена на берегу в точках K и L , как показано на рисунке 62. Крепление L находится на расстоянии 60 см

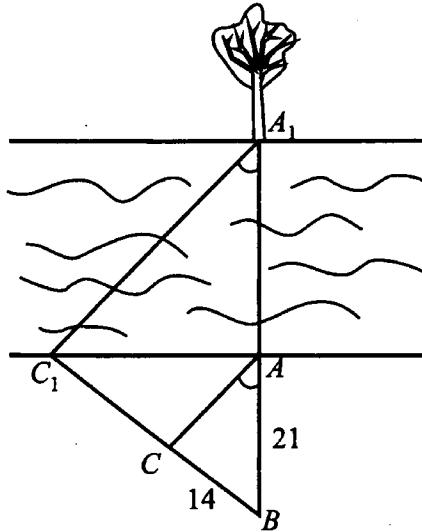


Рис. 60.

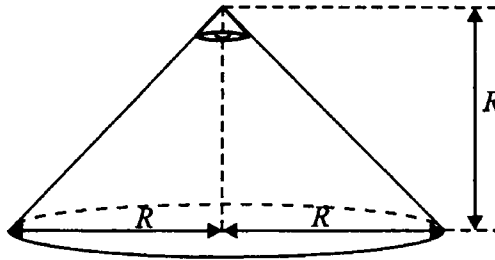


Рис. 61.

от одного конца удочки и 180 см от другого. На сколько опустится длинный конец удочки, если короткий поднимется на 20 см? (Считается, что крепление L неподвижно.) Ответ дайте в метрах.

3. В городском парке на одном берегу бассейна стоит фонарь высотой 5 м (см. рис. 63). На другом берегу стоит подросток ростом 1 м 50 см. Найдите ширину бассейна (в м), если длина тени подростка равна 3 м.

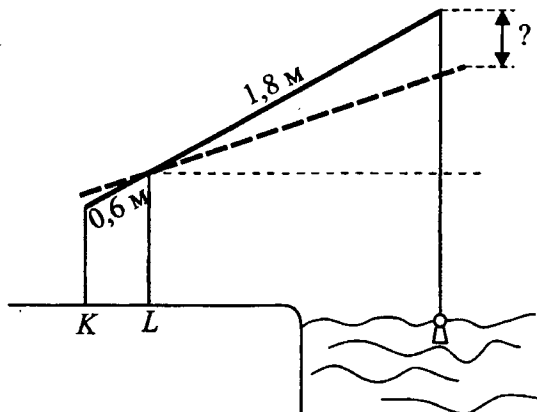


Рис. 62.

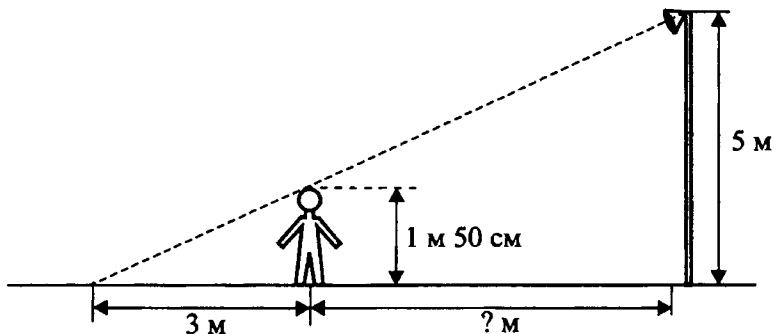


Рис. 63.

4. Проектор полностью освещает экран B высотой 240 см, расположенный на расстоянии 400 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) надо расположить экран A , высота которого 30 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора останутся неизменными (см. рис. 64)?

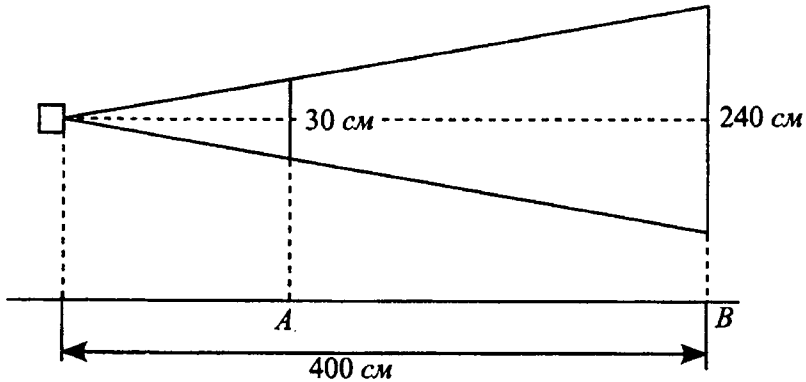


Рис. 64.

Вариант 4

1. Человек ростом 180 см видит фонарь в зеркале, лежащем на земле в 150 см от его ног (см. рис. 65). Определите высоту фонарного столба, если расстояние от зеркала до столба равно 4,5 м. (Ответ дайте в метрах.)

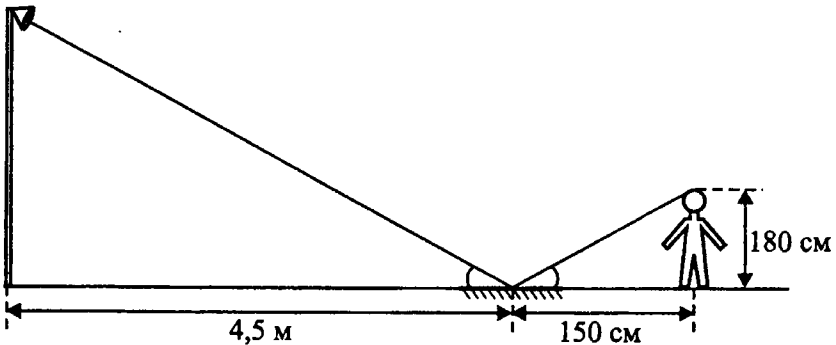


Рис. 65.

2. Лестничный пролёт состоит из 15 ступенек, высота каждой из которых 15 см, ширина 20 см (см. рис. 66). Определите длину поручня MN (в м), если известно, что расстояние от

основания первой ступеньки до поручня NN_1 равно расстоянию MM_1 от последней ступеньки до поручня.

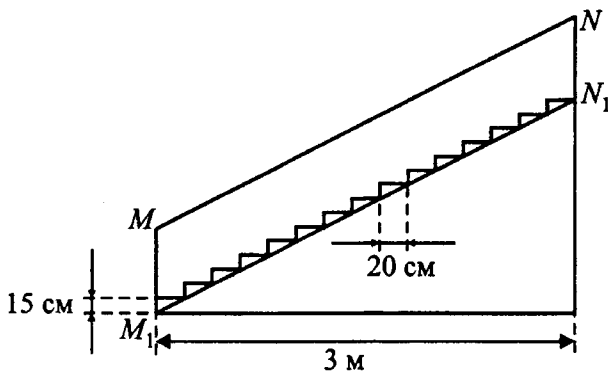


Рис. 66.

3. На сколько метров поднимется прикрепленный к колодезному журавлю конец верёвки (см. рис. 67), если человек опустил конец журавля на 60 см?

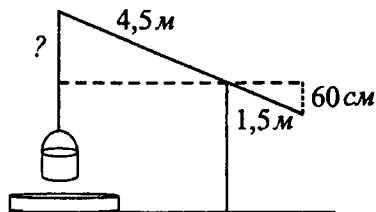


Рис. 67.

4. Высота ёлочки 1,5 м. Найдите высоту дерева (в метрах), растущего в четырёх метрах от ёлочки, если тени от дерева и от ёлочки достигают куста роз (см. рис. 68).

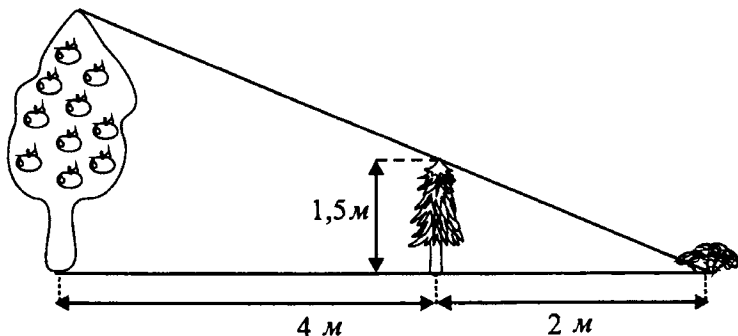


Рис. 68.

Вариант 5

1. На сколько метров от точки A удалено дерево на другой стороне реки (см. рис. 69), если $AB = 18$ м, $CD = 15$ м и $AC = 40$ м?

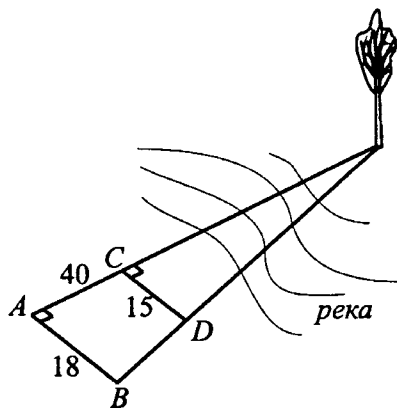


Рис. 69.

2. Человек ростом 1,8 м видит верхушку дерева и край крыши дома (см. рис. 70). Высота дерева 3,6 м, расстояние от человека до дерева 3,6 м, от дерева до дома 7 м. Определите высоту дома (в метрах).

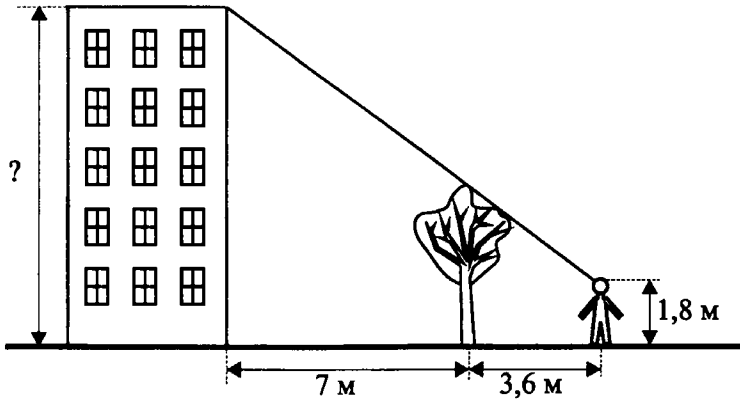


Рис. 70.

3. В цирке на качелях выступают медвежата Маша и Миша. Миша сел на короткое плечо длиной 120 см, а Маша на плечо длиной 240 см (см. рис. 71). На сколько метров поднимется Маша, если Миша опустил на 50 см?

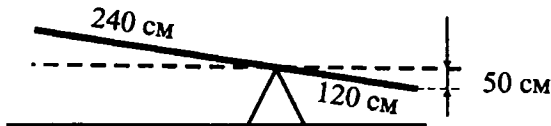


Рис. 71.

4. Для освещения рекламного щита от уличного фонаря протянули провод к прожектору А (см. рис. 72). Найдите длину провода, если расстояние от фонаря до здания 40 м, высота здания 14 м, высота фонаря 5 м. Ответ дайте в метрах.

Глава 3. Текстовые задачи

Пропорции, части

① Немного полезной информации

- Равенство двух отношений называют пропорцией.

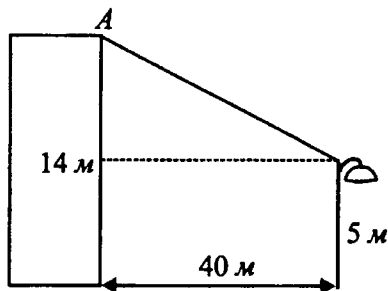


Рис. 72.

- В пропорции $a : b = c : d$, или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, числа a и d называются **крайними членами**, а числа b и c — **средними членами** пропорции.
- В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов, т. е. $a \cdot d = b \cdot c$.
- Неизвестный крайний член пропорции равен произведению средних членов, делённому на известный крайний член.

Например, $x : 5 = 8 : 4$, $x = \frac{5 \cdot 8}{4} = 10$.

- Неизвестный средний член пропорции равен произведению крайних членов, делённому на известный средний.

Например, $9 : 3 = x : 2$, $x = \frac{9 \cdot 2}{3} = 6$.

8 — Задачи с решениями

1. Автобус Москва — Волгодонск отправляется в 19:50, а прибывает в 15:50 на следующий день (время московское). Сколько часов автобус находится в пути?

Решение.

Так как минуты времени отправления и прибытия одинаковые, можно их уменьшить и заменить на 00. Нужно посчитать, сколько часов пройдет от 19.00 до 15.00 следующего дня. В первый день пройдет $24 - 19 = 5$ часов, во второй еще 15 часов, всего $15 + 5 = 20$ часов.

Ответ: 20.

2. В доме, в котором живет Илья Петрович, один подъезд. На каждом этаже по четыре квартиры. Петр Иванович живет в квартире 27. На каком этаже живет Илья Петрович?

Решение.

Разделим 27 на 4. Получится 6 и 3 в остатке. Шесть этажей заполнилось полностью и еще 3 квартиры останутся на 7-й этаж. Значит, Петр Иванович живет на 7-м этаже.

Ответ: 7.

3. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 2 рубля 30 копеек. Счётчик электроэнергии 1 мая показывал 634126 киловатт-часов, а 1 июня показывал 634308 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за май?

Решение.

Найдем разницу показаний счётчика. Первые три цифры одинаковы, их можно не учитывать. Разница равна $308 - 126 = 182$. Найдем, сколько рублей нужно заплатить за 182 киловатт-часа. $182 \cdot 2,3 = 418,6$ рублей.

Ответ: 418,6.

4. При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 7%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Маруся хочет положить на счёт своего мобильного телефона

не меньше 300 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приёмное устройство данного терминала?

Решение.

1-й способ.

Составим неравенство. Если в терминал положить x рублей, то на счёт телефона пойдет $x \cdot 0,93$ рублей, что по условию не меньше 300. Получаем $x \cdot 0,93 \geq 300$, $x \geq 322,5\dots$ Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям, поэтому Маруся должна положить 330 рублей.

2-й способ.

7% от 300 это $300 \cdot 0,07 = 21$. Получили, что терминал возьмет комиссию более 21 рубля. Проверим, хватит ли 330 рублей. $330 - 330 \cdot 0,07 = 306,9$, что больше 300. Значит, 330 рублей хватит.

Ответ: 330.

5. Масса холодильника 45 кг, а масса упаковки 3 кг 600 г. Найдите отношение массы холодильника к массе упаковки.

Решение.

3 кг 600 г = 3,6 кг. Отношение массы холодильника к массе упаковки равно $\frac{45}{3,6} = \frac{450}{36} = \frac{50}{4} = 12,5$.

Ответ: 12,5.

6. В стоимость путёвки входит проезд и проживание. Стоимость проезда — 5400 руб., а стоимость проживания — 30600 руб. Какую часть от всей стоимости путёвки составляет проживание?

Решение.

Общая стоимость путёвки равна $30600 + 5400 = 36000$ (руб.). Чтобы определить, какую часть от всей стоимости путёвки составляет проживание, найдём отношение стоимости проживания к общей стоимости:

$$\frac{30600}{36000} = 0,85.$$

Ответ: 0,85.

7. Провод длиной 286 м разрезан на 5 кусков, длины которых относятся как $3 : 4 : 5 : 6 : 8$. Найдите длину меньшего из полученных кусков.

Решение.

Пусть x м — длина одной части. Тогда длины полученных кусков провода соответственно равны $3x$, $4x$, $5x$, $6x$ и $8x$. Следовательно, $3x + 4x + 5x + 6x + 8x = 286$; $26x = 286$; $x = 11$; 11 м приходится на одну часть. Следовательно, длина меньшего из полученных кусков проволоки равна $3 \cdot 11 = 33$ (м).

Ответ: 33.

8. За 5 кг фруктов заплатили 820 рублей. Сколько следует заплатить за 3 кг таких фруктов?

Решение.

Пусть 3 кг фруктов стоят x рублей. Тогда, согласно условию,

5 кг — 820 рублей

3 кг — x рублей.

Так как стоимость товара **прямо пропорциональна** количеству товара, то справедливо равенство

$5 : 3 = 820 : x$. По правилу нахождения крайнего члена пропорции находим:

$$x = \frac{3 \cdot 820}{5} = 492.$$

3 кг фруктов стоят 492 рубля.

Ответ: 492.

9. С помощью 5 одинаковых труб бассейн заполняется водой за 48 минут. За сколько минут можно заполнить бассейн с помощью 8 таких труб?

Решение.

Пусть с помощью 8 труб бассейн можно заполнить за x минут. Тогда, согласно условию,

5 труб — 48 мин

8 труб — x мин.

Так как время заполнения бассейна **обратно пропорционально** количеству труб, то справедливо равенство $5 : 8 = x : 48$. По правилу нахождения среднего члена пропорции получаем: $x = \frac{5 \cdot 48}{8} = 30$.

8 труб заполнят бассейн за 30 минут.

Ответ: 30.

① Немного полезной информации

1% — это $\frac{1}{100}$ часть от целого, 25% — это $\frac{25}{100} = 0,25$ от целого.

Процент от числа находится действием умножения.

Например, надо найти 20% от числа 250.

$$\text{Делаем так: } 250 \cdot \frac{20}{100} = 50.$$

Число по его проценту находится действием деления.

Например, надо найти число, если 25% его составляет 35.

$$\text{Делаем так: } 35 : \frac{25}{100} = \frac{35 \cdot 100}{25} = 140.$$

Чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого, надо найти отношение этих чисел и результат умножить на 100%.

Например, надо найти, сколько процентов число 4 составляет от числа 8. Делаем так: $\frac{4}{8} \cdot 100\% = 50\%$.

10. Когда туристы прошли 35 километров, то оказалось, что пройденный путь составляет 20% от всего пути. Сколько километров составляет весь путь туристов?

Решение.

Пусть весь путь составляет x километров. Тогда

$$35 \text{ км} \quad \text{—} \quad 20\%$$

$$x \text{ км} \quad \text{—} \quad 100\%.$$

Из пропорции $35 : x = 20 : 100$ находим

$$x = \frac{35 \cdot 100}{20} = 175. \text{ Весь путь туристов — 175 километров.}$$

Ответ: 175.

Задача на расчёт дохода по вкладу

11. Клиент открыл в банке счёт и положил на срочный вклад 2000 рублей. Определите сумму вклада через 2 года, если банк начисляет ежегодно проценты по ставке 12% годовых и дополнительных вложений не поступало.

Решение.

Сумма в 2000 рублей, положенная на банковский счёт под 12% годовых, через год возрастёт до величины $2000 \cdot 1,12 = 2240$ (рублей). Так как банк начисляет ежегодно проценты на имеющуюся сумму, то за второй год 12% будет начисляться на сумму 2240 рублей, и, следовательно, сумма возрастёт до $2240 \cdot 1,12 = 2508,8$ (рублей).

Ответ: 2508,8.

Концентрация вещества**① Немного полезной информации**

Если m — масса раствора, p — концентрация вещества по массе, выраженная в процентах, x — масса чистого вещества,

$$\text{то } x = \frac{p}{100} \cdot m, \quad m = \frac{100x}{p}.$$

Например, если имеется 20 г раствора, содержащего 7% сахара, то сахара в растворе $20 \cdot \frac{7}{100} = 1,4$ (г). Если имеется 50 г раствора, в котором 15 г чистого вещества, то концентрация чистого вещества в растворе равна $\frac{15}{50} \cdot 100\% = 30\%$.

12. Смешали два раствора уксуса: первый массой 200 г, второй — 300 г. Концентрация первого раствора 9%, второго — 12%. Какова концентрация полученного раствора?

Решение.

Концентрация первого раствора уксуса массой 200 г составляет 9%. То есть уксусной кислоты в этом растворе

$$\frac{200 \cdot 9}{100} = 18 \text{ (г)}.$$

Концентрация второго раствора уксуса массой 300 г составляет 12%. Это означает, что уксусной кислоты в этом

$$\text{растворе } \frac{300 \cdot 12}{100} = 36 \text{ (г)}.$$

После того как смешали два раствора, масса нового раствора стала $200 + 300 = 500$ (г), а уксусной кислоты в этом растворе стало $36 + 18 = 54$ (г). Концентрация составляет

$$\frac{54}{500} \cdot 100\% = 10,8\%.$$

Ответ: 10,8.

13. Саша прочитала 40 страниц книги, что составило 20% от всех страниц этой книги. Сколько страниц в книге?

Решение.

В задаче необходимо найти число всех страниц, значит,

$$\text{надо } 40 : \frac{20}{100} = \frac{40 \cdot 100}{20} = 200 \text{ (с.)}.$$

Ответ: 200.

14. Диск с компьютерной игрой стоит 1500 рублей. Скидка в день распродажи равна 15%. Сколько стоит этот диск со скидкой в день распродажи?

Решение.

Стоимость данного диска без скидки составляет 100%, скидка равна 15%. Значит, стоимость диска со скидкой со-

ставляет $100\% - 15\% = 85\%$ от цены без скидки. 85% — это $0,85$ от 1500 рублей.

$$1500 \cdot 0,85 = 1275 \text{ рублей.}$$

Ответ: 1275.

15. В аквариуме 30 мальков и 20 взрослых рыбок. Сколько процентов от всех обитателей аквариума составляют мальки?

Решение.

Всего в аквариуме $30 + 20 = 50$ обитателей. Мальки составляют $\frac{30}{50} \cdot 100\% = 60\%$ от всех обитателей аквариума.

Ответ: 60.

16. Билет на экскурсию для взрослого стоит 160 рублей. Стоимость билета для ребёнка до 10 лет составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 16 детей до 10 лет и 4-х взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Решение.

Стоимость билета для ребёнка составляет 50% от 160 рублей, то есть $160 \cdot 0,5 = 80$ рублей. 16 детских билетов по 80 рублей стоят $80 \cdot 16 = 1280$ рублей. 4 взрослых билета по 160 рублей стоят $160 \cdot 4 = 640$ рублей. Билеты на всю группу стоят $1280 + 640 = 1920$ рублей.

Ответ: 1920.

17. За один день дорожная бригада в среднем ремонтирует 2% от всей протяжённости дороги. Сколько дней потребуется этой бригаде для ремонта всей дороги?

Решение.

Протяжённость всей дороги составляет 100%. За один день рабочие ремонтируют 2% от всей протяжённости дороги, значит, на ремонт всей дороги им потребуется $\frac{100}{2} = 50$ дней.

Ответ: 50.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Земельный участок площадью 420 га засеян семенами кукурузы и пшеницы. Площади под посев относятся как 3 : 5 соответственно. Найдите, сколько гектаров площади отведено под кукурузу.
2. Стоимость билета в музей составляет 230 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Найдите, сколько рублей стоит посещение музея для группы из 18 школьников.
3. Каждый день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 5 дней. Чай продается в пачках по 30 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?
4. В квартире, где проживает Виктор, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июня счётчик показывал расход 6156 м^3 воды, а 1 июля — 6161 м^3 . Какую сумму должен заплатить Максим за холодную воду за июнь, если цена 1 м^3 холодной воды составляет 17 руб. 40 коп.? Ответ дайте в рублях.

5. Флакон шампуня стоит 210 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?
6. Магазин делает пенсионерам скидку на определённое количество процентов от цены покупки. Пакет ряженки стоит в магазине 45 рублей. Пенсионер заплатил за пакет ряженки 36 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

Вариант 2

1. Для получения мельхиора берут медь и никель в отношении 4 : 1. Найдите, сколько понадобится меди для получения 30 кг мельхиора.
2. Во время тестирования ученик из 24-х задач решил 18. Определите, сколько процентов составляют решённые задачи от общего числа задач теста.
3. В школьную библиотеку привезли новые учебники для 7—9 классов, по 125 штук для каждого класса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 6 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
4. Система навигации информирует экипаж самолёта о том, что полёт проходит на высоте 25620 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.
5. Одна таблетка лекарства весит 15 мг и содержит 14% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 8 месяцев врач прописывает 0,6 мг активного вещества на каждый килограмм

веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте семи месяцев и весом 7 кг в течение суток?

6. В августе 1 кг огурцов стоил 40 рублей, в сентябре огурцы подорожали на 10%, а в ноябре еще на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

Вариант 3

1. Для пайки изделий из жести применяют сплав олова и свинца в отношении 5 : 2. Сколько надо взять свинца, если весь сплав будет весить 294 г?

2. Рост Генри 6 футов 6 дюймов. Выразите рост Генри в сантиметрах, если 1 фут равен 0,305 м, а 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

3. Таня С. отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 7 подругам. Стоимость одного SMS-сообщения 1 рубль 40 копеек. Перед отправкой сообщения на счету у Тани С. было 90 рублей. Сколько рублей останется у Тани С. после отправки всех сообщений?

4. Мобильный телефон стоил 2400 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2100 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

5. При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 9%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Маша хочет положить на счёт своего мобильного телефона не меньше 250 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приёмное устройство данного терминала?

6. Для команды спортсменов купили партию спортивной обуви по цене 3100 руб. за пару. Сколько рублей стоит эта пара обуви в магазине, если наценка в магазине составляет 2 %?

Вариант 4

1. Найдите массу малины в джеме весом 5 кг, если массовые доли ягод малины и смородины в джеме соответственно относятся как 3 : 1.

2. Клиент открыл в банке счёт и положил 20 000 рублей. Какая сумма будет у него на счёте через год, если банк начисляет 12% годовых?

3. Диагональ экрана телевизора равна 74 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

4. На автозаправке Сергей отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 25 литров бензина по цене 31 руб. 40 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

5. В квартире, где проживает Пахом Сергеевич, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 ноября счётчик показывал расход 3513 м^3 воды, а 1 декабря — 3518 м^3 . Какую сумму должен заплатить Пахом Сергеевич за холодную воду за сентябрь, если цена 1 м^3 холодной воды составляет 115 руб.? Ответ дайте в рублях.

6. Карандаш стоит 12 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 70 карандашей, если при покупке больше 40 карандашей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

Вариант 5

1. В классе 28 учеников, из них количество мальчиков относится к количеству девочек как 3 : 4. Сколько мальчиков в классе?
2. Найдите, сколько страниц в книге, если Петя прочитал 30 страниц, что составляет 6% от их общего числа.
3. Лыжник проехал 300 м за 6 секунд. Найдите среднюю скорость лыжника на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.
4. На счету маминого мобильного телефона было 255 рублей, а после разговора с сыном осталось 220 рублей. Сколько минут длился разговор с сыном, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?
5. 28 выпускников школы собираются учиться в технических вузах. Они составляют 40% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?
6. Розничная цена учебника 140 рублей, она на 25% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 5000 рублей?

Вариант 6

1. В корзине было 18 яблок двух видов: красных и зелёных. Количество красных яблок относится к количеству зелёных яблок как 4 : 5 соответственно. Найдите количество красных яблок.
2. В ювелирном изделии содержание золота составляет 75% от общей массы изделия. Найдите, сколько граммов золота содержится в изделии, если его общая масса 4 г.

3. В обменном пункте 1 гривна стоит 3 рубля 65 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили 3 кг персиков по цене 16 гривен за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

4. В книге «Кухня для студентов» имеется рецепт гречневой каши. Для каши на 5 человек следует взять $\frac{3}{10}$ пакета гречневой крупы. Сколько граммов крупы следует взять для каши, рассчитанной на 7 человек? Считайте, что 1 пакет равен 0,9 кг.

5. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Матвеевича равна 22500 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

6. Одна таблетка лекарства весит 10 мг и содержит 30% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 4 лет врач прописывает 1,5 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте 3 лет и весом 14 кг в течение суток?

Глава 4. Действия с формулами

8 — Задачи с решениями

1. В одной из фирм стоимость поездки такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 12(t - 5) + 130$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 17-минутной поездки.

Решение.

По условию длительность поездки $t = 17$ мин. Рассчитаем стоимость этой поездки по формуле $C = 12 \cdot (17 - 5) + 130 = 274$ (руб.).

Ответ: 274.

2. Путь, пройденный телом при свободном падении, вычисляется по формуле $s = \frac{gt^2}{2}$. Выразите из этой формулы время t .

Решение.

Умножив обе части данного равенства на 2 и разделив на g , получим $\frac{2s}{g} = t^2$. Далее извлечём из обеих частей равенства квадратный корень, получим $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$.

Ответ: $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$.

3. Из формулы площади трапеции $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$ выразите длину основания a .

Решение.

Умножив обе части данного равенства на 2 и разделив на h , получим $\frac{2S}{h} = a + b$. Далее вычтем b из обеих частей

равенства, получим $a = \frac{2S}{h} - b$.

Ответ: $a = \frac{2S}{h} - b$.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. В строительной фирме стоимость (в рублях) кирпичной кладки при строительстве фасада дачного дома рассчитывается по формуле $C = 15200 + 5000 \cdot n$, где n — число рядов кирпича. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость кирпичной кладки фасада из 25 рядов кирпича.

2. Из формулы площади трапеции $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ выразите высоту h .

3. Из формулы площади круга $S = \frac{1}{4}\pi d^2$ выразите диаметр d .

4. Автомобильный журнал определяет рейтинги автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле $R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$.

Вычислите рейтинг автомобиля, которому эксперты указали следующие показатели: показатель безопасности 4, комфорта 3, функциональности 4, качества 3 и дизайна 5.

Вариант 2

1. Периметр параллелограмма P вычисляется по формуле $P = 2(a + b)$. Найдите длину большей стороны параллелограмма, если длина одной из сторон равна 4,5 см, а периметр равен 21 см. Ответ дайте в сантиметрах.

2. Из формулы площади трапеции $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$ выразите высоту h .

3. По формуле площади круга $S = \frac{1}{4}\pi d^2$ выразите диаметр d .

4. Площадь ромба вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ (где d_1 и d_2 — диагонали ромба). Найдите площадь ромба (в см²), длины диагоналей которого равны 5 см и 3 дм.

Вариант 3

1. Из формулы $\frac{a}{\sin \angle A} = 2R$ выразите a .

2. Из формулы закона Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt$ выразите силу тока I .

3. Из формулы кинетической энергии $E = \frac{mv^2}{2}$ найдите скорость v (в м/с), если $E = 56$ Дж, $m = 7$ кг.

4. Рейтинговое агентство определяет рейтинг кофеварок. Рейтинг вычисляется на основе средней цены P и оценок функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле $R = 7(F + Q) + D + 0,02P$. Экспертами были даны оценки каждого показателя для одной из моделей кофеварок: средняя цена 5200, оценки функциональности 4, качества 5 и дизайна 2. Определите, какой рейтинг имеет эта модель. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Вариант 4

1. Из формулы площади треугольника $S = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin \angle C$ выразите $\sin \angle C$.
2. Из формулы периода колебаний математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ выразите длину маятника l .
3. Стоимость R кг гвоздей и N коробок шурупов с торговой надбавкой $H\%$ рассчитывается по формуле $C = (165R + 54N)(1 + 0,01H)$. Посчитайте по этой формуле стоимость 12 кг гвоздей и 5 коробок шурупов с торговой надбавкой 20%.
4. Независимое агентство каждый месяц определяет рейтинги R новостных сайтов на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель оценивается целыми числами от -5 до 5. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$R = 25 \cdot \left(\frac{3In + Op + 2Tr}{5} + 1 \right)$. Экспертами были даны оценки каждого показателя для одного из новостных сайтов: показатель информативности 3, оперативности 1 и объективности –2. Определите рейтинг этого сайта.

Вариант 5

1. Из формулы длины окружности $l = 2\pi R$ выразите длину радиуса R .
2. Выразите радиус r внутренней окружности из формулы площади кольца $S = \pi(R^2 - r^2)$.
3. Для каменного фундамента необходимо 5 тонн природного камня и 8 мешков цемента. Стоимость материала для фундамента можно рассчитать по формуле $C = 1520K + 320M + 200 + 5P$, где K — число тонн природного камня, M — количество мешков цемента и P км — расстояние, на которое нужно доставить купленные материалы. Посчитайте по этой формуле стоимость материала для фундамента с доставкой на 30 км.
4. Стоимость свитера рассчитывается по формуле $P = (3500 + 30K)(1 - 0,01 \cdot C)$, где K — число упаковок шерсти, потраченных на изготовление свитера, $C\%$ — сезонная скидка. Рассчитайте стоимость свитера, на который ушло 8 упаковок шерсти, если сезонная скидка составляет 20%.

Глава 5. Теория вероятностей

① Немного полезной информации

Случайным называют событие, которое может произойти или не произойти (заранее предсказать невозможно) во время наблюдения или испытания.

Пусть при проведении испытания (бросание монеты или кубика, вытягивание экзаменационного билета и т. д.) всегда наступает один из n равновероятных исходов. Например, при подбрасывании монеты число всех исходов n равно 2, так как, кроме выпадения «решки» или «орла», других исходов быть не может. При броске игрального кубика возможны 6 исходов, так как на верхней грани кубика равновероятно появление любого из чисел от 1 до 6. Пусть также некоторому событию A благоприятствуют m исходов.

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к общему числу равновероятных исходов. Пишем $P(A) = \frac{m}{n}$.

Например, пусть событие A состоит в выпадении нечётного числа очков при броске кубика. Всего возможны 6 исходов: выпадение на верхней грани кубика 1, 2, 3, 4, 5, 6. При этом благоприятными для события A являются исходы с выпадением 1, 3, 5. Таким образом, $P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$.

Заметим, что всегда выполняется двойное неравенство $0 \leq m \leq n$, поэтому вероятность любого события A лежит на отрезке $[0; 1]$, то есть $0 \leq P(A) \leq 1$.

8 — Задачи с решениями

1. Из 1000 собранных на заводе телевизоров 5 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный телевизор из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемый телевизор окажется бракованным.

Решение.

При выборе телевизора наугад возможны 1000 исходов; событию A «выбранный телевизор бракованный» благоприятны 5 исходов. По определению вероятности

$$P(A) = \frac{5}{1000} = 0,005.$$

Ответ: 0,005.

2. В урне 9 красных, 6 жёлтых и 5 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?

Решение.

Общее число исходов равно числу шаров: $9 + 6 + 5 = 20$. Число исходов, благоприятствующих данному событию, равно 6. Искомая вероятность равна

$$\frac{6}{20} = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

① Немного полезной информации

События A и B называются **противоположными** друг к другу, если любой исход благоприятен ровно для одного из них. Например, в рассмотренной задаче №1 событие «выбранный телевизор рабочий» является противоположным событию «выбранный телевизор бракованный».

Событие, противоположное событию A , обозначают \bar{A} . Из определения противоположных событий следует $P(A) + P(\bar{A}) = 1$, значит, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

☛ Задачи с решениями

3. Из 30 билетов, предлагаемых на экзамене, школьник может ответить только на 27. Какова вероятность того, что школьник не сможет ответить на наугад выбранный билет?

1-й способ.

Обозначим через A событие «школьник может ответить на билет». Тогда $P(A) = \frac{27}{30} = 0,9$. Вероятность противоположного события равна $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

2-й способ.

Так как школьник может ответить на 27 билетов, то на 3 билета он ответить не может. Вероятность получить один из этих билетов равна $\frac{3}{30} = 0,1$.

Ответ: 0,1.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Из 2000 собранных на заводе вентиляторов 6 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный вентилятор из этих 2000. Найдите вероятность того, что проверяемый вентилятор окажется бракованным.

2. В урне 5 красных, 12 жёлтых и 8 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что все 5 красных шаров остались в урне?

3. В соревнованиях по прыжкам в воду участвуют 50 спортсменов, из них 6 спортсменов из России. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий третьим, будет из России.

Вариант 2

1. В тёмном шкафу лежат 50 носков, из них 14 носков зелёного цвета. Какова вероятность того, что вытасченный наощупь носок окажется зелёного цвета?

2. В учебнике 24 задачи по геометрии. Школьник не знает, как решить 6 из них. Учитель наугад выбирает из учебника задачу по геометрии и вызывает школьника к доске, предлагая решить эту задачу. Найдите вероятность того, что школьник знает, как решить предложенную задачу.

3. В концерте участвуют 4 певца из России, 3 — из Польши и 3 — из Финляндии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что последним будет выступать певец из России.

Вариант 3

1. На детской карусели 20 мест, каждое сделано в виде какого-либо животного. Из этих мест только шесть сделаны в виде лошадки. Мальчик стоит рядом с работающей каруселью, которую остановят в некоторый заранее неизвестный момент. Найдите вероятность того, что после остановки ка-

русели ближайшее к мальчику место будет сделано в виде лошадки.

2. На подносе лежат 40 пирожков, из них только 4 с капустой. Вася наугад берёт с подноса один пирожок. Вася не любит капусту и хочет съесть пирожок с какой-либо другой начинкой. Какова вероятность того, что взятый мальчиком пирожок действительно окажется с другой начинкой?

3. В концерте участвуют 3 певца из России, 5 — из Польши и 2 — из Финляндии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым будет выступать певец из России.

Вариант 4

1. В урне 5 красных, 9 жёлтых, 4 синих и 2 зелёных шара. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что достали синий шар?

2. Для проведения лотереи было изготовлено 5000 билетов, из них 4975 билетов не содержат выигрыша. Какова вероятность получить выигрыш, если приобрести только один билет?

3. В соревнованиях по гимнастике участвуют 40 спортсменов, из них 8 спортсменов из России. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий шестым, будет из России.

Вариант 5

1. Школьник на экзамене по истории наугад вытягивает один из 30 билетов. Известно, что среди всех этих билетов 6 содержат вопрос, касающийся событий XIX века. Какова ве-

роятность того, что в вытянутом билете не будет вопроса по XIX веку?

2. Для проведения лотереи было изготовлено 4000 билетов, из них 16 билетов содержат выигрыш. Какова вероятность получить выигрыш, если приобрести только один билет?

3. В соревнованиях по метанию копья участвуют 10 спортсменов из России, 9 — из США и 6 — из Германии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий восьмым, будет из России.

Вариант 6

1. Из 3000 собранных на заводе холодильников 6 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный холодильник из этих 3000. Найдите вероятность того, что проверяемый холодильник окажется бракованным.

2. На подносе лежат одинаковые на вид пирожки: 2 с творогом, 3 с капустой, 4 с картошкой, 1 с мясом. Какова вероятность того, что наугад взятый с подноса пирожок окажется с картошкой?

3. В соревнованиях по метанию копья участвуют 50 спортсменов, из них 7 спортсменов из России. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий вторым, будет из России.

Глава 6. Статистика

① Немного полезной информации

Статистика — это отрасль знаний, изучающая общие вопросы сбора, измерения и анализа массовых данных. Математическая статистика занимается в основном анализом уже полученных данных.

Данные могут быть представлены графически, в виде ряда данных или в виде таблиц.

Графическое представление информации

Круговые диаграммы

Круговая диаграмма отображает целое в виде круга, а вклад нескольких элементов данных в виде секторов этого круга. Например, если в классе 30 человек, из которых 20 мальчиков и 10 девочек, то целое — это весь класс, мальчики — две трети целого, и девочки — одна треть целого (см. рис. 73).

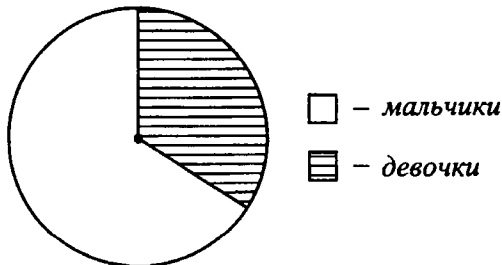


Рис. 73.

Круговая диаграмма показывает долю каждой величины в общем объёме.

8 — Задачи с решениями

4. На диаграмме представлены длины крупнейших рек Европейской и Азиатской частей России (в тыс.км.). Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Длина Дона больше длины Оби
- 2) Длина Волги составляет 4 тыс. км
- 3) Река Урал входит в семёрку крупнейших по длине рек Сибири
- 4) Длина Волги больше длины Амура

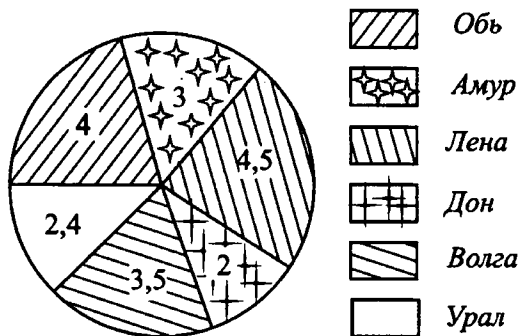


Рис. 74.

Решение.

Сравнивая длины рек с помощью диаграммы делаем вывод, что верным является только 4-е предложение, так как длина Волги приблизительно равна 3,5 тыс. км, а Амура — 3 тыс. км.

Ответ: 4.

5. Состав сплава массой 160 кг представлен на диаграмме (см. рис. 75). Сколько примерно олова содержится в этом сплаве?

- 1) более 80 кг
- 2) около 40 кг

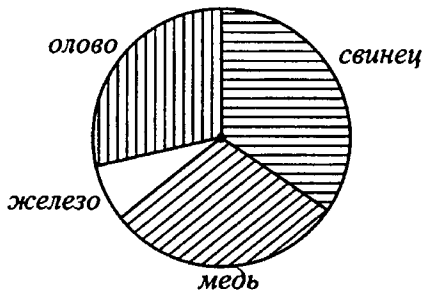


Рис. 75.

3) менее 20 кг

4) около 60 кг

Решение.

Как видно из рисунка, олово занимает примерно четверть круга, значит, верный ответ — около $\frac{1}{4} \cdot 160 = 40$ (кг).

Ответ: 2.

6. На диаграмме показано содержание белков, жиров и углеводов в сгущённом молоке (см. рис. 76). Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 50%.

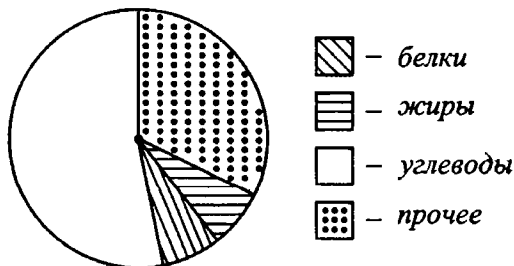


Рис. 76.

1) белки

2) жиры

3) углеводы

4) прочее

Решение.

Если содержание какого-то вещества более 50%, то соответствующий сектор должен занимать более половины круга. Как видно из рисунка, углеводы составляют более 50%.

Ответ: 3.

① Немного полезной информации

Столбчатые диаграммы

Столбчатые диаграммы изображают статистические данные в виде вертикальных прямоугольников.

Предположим, в январе Красная шапочка принесла бабушке 15 пирожков, в феврале — 10 и в марте — 17. Представим эти данные в виде столбчатой диаграммы (см. рис. 77).

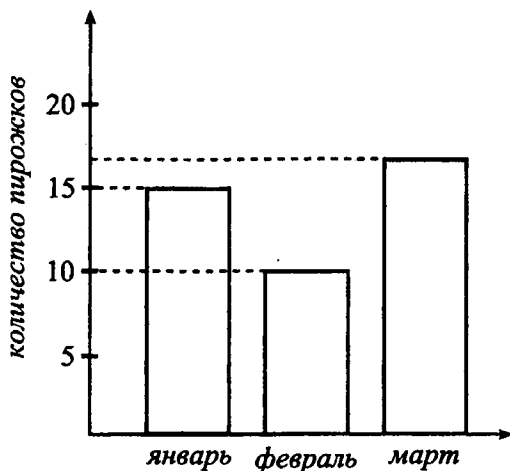


Рис. 77.

Как видно из рисунка 77, для изображения величины какого-либо явления (в данном случае количества пирожков в каком-либо месяце) используется высота столбика.

8 — Задачи с решениями

7. На диаграмме (см. рис. 78) показано количество учащихся, прошедших тестирование по математике в некотором городе.

а) Определите номер школы, занявшей второе место по числу прошедших тестирование.

б) Определите, какое место по числу прошедших тестирования заняла 92-ая школа.

в) Определите, на сколько учеников больше прошли тестирование в школе 103, чем в школе 86.

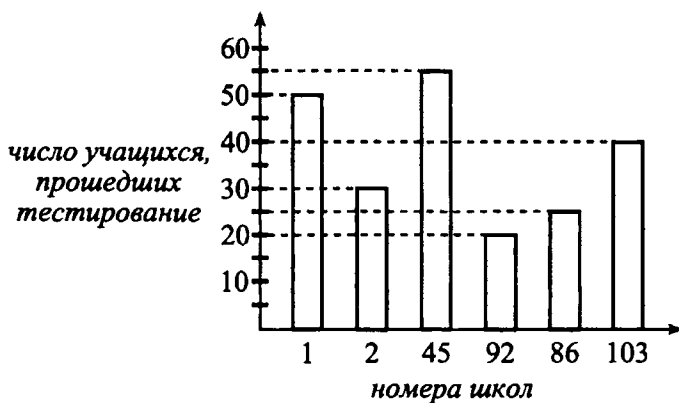


Рис. 78.

Решение.

а) Как видно из рисунка 78, больше всех учеников (55 учеников) прошло тестирование в школе 45 (соответствующий этой школе столбик выше всех), следующая за ней школа — 1, в ней прошло тестирование 50 учеников.

б) Расположим количества учеников, соответствующих указанным школам, по убыванию: 55, 50, 40, 30, 25, 20. В

школе № 92 прошли тестирование 20 человек, значит, она на шестом месте.

в) Как видно из рисунка 78, в школе № 103 прошли тестирование 40 школьников, в школе № 86 — 25 школьников. Искомая разность равна $40 - 25 = 15$.

Ответ: а) 1; б) 6; в) 15.

① Немного полезной информации

Ряд данных и таблица распределения данных

Рядом данных называют результаты измерения, перечисленные в порядке их получения. Каждый из результатов называется **вариантой** измерения.

Например, результаты написания контрольной работы по математике для класса из 20 человек можно представить в виде следующего ряда данных: 3, 4, 4, 5, 3, 4, 3, 3, 3, 5, 5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 4, 3. Эту же информацию можно представить в

виде таблицы:

| | | | |
|-----------|---|---|---|
| оценка | 3 | 4 | 5 |
| кратность | 9 | 6 | 5 |

Кратность варианты — количество её повторений в ряду данных. В нашем ряду оценка «3» появилась 9 раз, поэтому её кратность равна 9.

Понятно, что таблица распределения отображает данные более наглядно и компактно.

Числовые характеристики данных

Объём измерения — количество всех данных этого измерения. Одна из наиболее важных характеристик варианты — это её частота. Частота варианты показывает долю этой

варианты в ряду распределения. Она вычисляется по формуле: $\text{частота} = \frac{\text{кратность варианты}}{\text{объём измерения}}$.

В нашем примере частота варианты «4» равна $\frac{6}{20} = 0,3$.

Это означает, что оценка 4 составляет 0,3 всех полученных оценок.

Размах измерения — разность между максимальной и минимальной вариантами этого измерения. В нашем примере максимальная варианта равна 5, минимальная — 3, значит, размах равен $5 - 3 = 2$.

Мода измерения — варианта, которая в измерении встретилась чаще других. В приведённом выше примере чаще всех встретилась оценка 3, значит, она и будет модой этого распределения.

Медиана распределения — это центральное число в упорядоченном ряду данных, если в ряду нечётное количество чисел, или полусумма двух центральных, если в ряду чётное количество чисел.

Например, для ряда распределения 1, 2, 3, 6, 9, объём измерения которого равен 5, медианой распределения будет третье число этого ряда, то есть 3.

Для ряда распределения 7, 3, 2, 1 с объёмом измерения, равным 4, медианой будет полусумма двух центральных чисел данного ряда, то есть число, равное $\frac{2 + 3}{2} = 2,5$.

Для нахождения медианы распределения необходимо

1. Упорядочить ряд распределения по возрастанию или по убыванию: a_1, a_2, \dots

2. Если объём измерения нечётный, то есть $2n + 1$, то получим следующую ситуацию:

$$\underbrace{a_1, a_2, \dots, a_n}_{n \text{ значений}}, a_{n+1}, \underbrace{a_{n+2}, \dots, a_{2n+1}}_{n \text{ значений}}$$

В этом случае медианой является число a_{n+1} .

3. Если объём измерения чётный, то есть $2n$, то имеем

$$\underbrace{a_1, a_2, \dots, a_n}_{n \text{ значений}}, \underbrace{a_{n+1}, \dots, a_{2n}}_{n \text{ значений}}$$

В этом случае медианой является число $\frac{a_n + a_{n+1}}{2}$.

Среднее ряда (среднее арифметическое) — сумма всех чисел ряда, делённая на их количество. Если имеется таблица распределения, то можно

- 1) умножить каждую варианту на её кратность; —
- 2) просуммировать полученные значения;
- 3) разделить результат на объём измерения.

Например, для ряда распределения 2, 4, 6, 8, у которого объём измерения равен 4, среднее значение равно

$$\frac{2 + 4 + 6 + 8}{4} = \frac{20}{4} = 5.$$

8 — Задачи с решениями

8. Даны результаты измерения веса школьников 9 класса:

55, 53, 56, 48, 45, 56, 49, 52, 53, 49, 50, 56, 45, 52, 56, 45, 45, 48, 55, 52, 43, 48, 52, 49, 50, 45, 48, 45, 50, 53.

а) Постройте таблицу распределения данных.

- б) Найдите объём измерения.
 в) Найдите размах ряда.
 г) Найдите частоту появления каждого веса в указанном ряду.
 д) Найдите медиану, моду и среднее указанного ряда.

Решение.

а) Наименьшее число в ряду — 43, оно встречается в ряду один раз, значит, его кратность равна 1. Следующее по величине — число 45, оно встречается шесть раз, значит, его кратность равна 6. Далее 48, оно встречалось 4 раза, значит, его кратность равна 4.

Продолжая аналогично, заполним таблицу:

| | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| вес | 43 | 45 | 48 | 49 | 50 | 52 | 53 | 55 | 56 |
| кратность | 1 | 6 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 |

- б) Найти объём измерения можем несколькими способами.

1-й способ.

Посчитаем количество чисел в ряду, получим 30.

2-й способ.

Сложим кратности всех вариантов:

$$1 + 6 + 4 + 3 + 3 + 4 + 3 + 2 + 4 = 30.$$

Ответ: 30.

- в) Наибольшее значение в ряду 56, наименьшее — 43, значит, размах равен $56 - 43 = 13$.

Ответ: 13.

- г) Для каждой варианты делим её кратность на объём измерения (на 30), результаты пишем в таблицу.

| | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| вес | 43 | 45 | 48 | 49 | 50 | 52 | 53 | 55 | 56 |
| кратность | 1 | 6 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 |
| частота | $\frac{1}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{4}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{4}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{4}{30}$ |

д) В данном ряду 30 чисел, значит, медиана равна полусумме 15-го и 16-го чисел в упорядоченном ряду.

$$\underbrace{43}_{1 \text{ штука}}, \underbrace{45, \dots, 45}_{6 \text{ штук}}, \underbrace{48, \dots, 48}_{4 \text{ штуки}}, \underbrace{49, \dots, 49}_{3 \text{ штуки}}, \underbrace{50, \dots, 50}_{3 \text{ штуки}}, \underbrace{52, \dots, 52}_{4 \text{ штуки}}.$$

Как видно из такой записи чисел, от 43 до 49 — 14 чисел, значит, 15-ое и 16-ое числа равны 50, и значит, медиана равна

$$\frac{50 + 50}{2} = 50.$$

Мода — то значение, которое встречается чаще всех, то есть то, у которого больше кратность. Из таблицы распределения находим, что наибольшую кратность имеет число 45, значит, мода равна 45.

Для нахождения среднего необходимо найти сумму всех чисел ряда. Можно это сделать просто складывая подряд все числа ряда. Можно поступить иначе: каждую варианту умножить на её кратность и сложить полученные результаты. Имеем: $43 \cdot 1 + 45 \cdot 6 + 48 \cdot 4 + 49 \cdot 3 + 50 \cdot 3 + 52 \cdot 4 + 53 \cdot 3 + 55 \cdot 2 + 56 \cdot 4 = 1503$.

Осталось разделить на количество всех чисел:

$$\frac{1503}{30} = 50,1.$$

Ответ: медиана: 50; мода: 45; среднее: 50,1.

9. Пятерых учеников попросили подсчитать, сколько времени (в минутах) они тратят на дорогу от дома до школы. Получили следующие результаты: 5, 15, 10, 15, 20.

1) На сколько среднее значение этого ряда меньше его размаха?

2) На сколько мода этого ряда больше медианы?

3) Найдите процентную частоту значения 10.

Решение.

1) Среднее ряда: $\frac{5 + 15 + 10 + 15 + 20}{5} = 13$, размах:

$20 - 5 = 15$. Искомое значение равно $15 - 13 = 2$.

Ответ: 2.

2) Найдём медиану. Расположим числа в порядке возрастания: 5, 10, 15, 15, 20. Медианой этого набора будет третье число в упорядоченном ряду, то есть 15.

В данном ряду число 15 встретилось 2 раза, остальные — по одному разу. Мода ряда равна 15. Мода и медиана этого ряда равны, значит, ответ 0.

Ответ: 0.

3) Кратность значения 10 равна 1, объём измерения равен 5 (всего 5 чисел). Частота значения 10 равна $\frac{1}{5} = 0,2$, процентная частота равна $0,2 \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20.

10. Имеется 4 группы породистых котов. Для некоторого соревнования отбирают котов с длиной шерсти не менее 8 см.

Известно следующее:

1) в первой группе наибольшая длина шерсти равна 10 см;

- 2) во второй группе средняя длина шерсти равна 8 см;
- 3) в третьей группе мода длины шерсти равна 8 см;
- 4) в четвёртой группе медиана длины шерсти равна 9 см.

В какой из групп хотя бы половина котов гарантированно подходит по длине шерсти?

Решение.

1) Из того, что наибольшая длина шерсти равна 10 см, не следует никакой другой информации, то есть ничего не можем сказать про остальных котов этой группы.

2) Рассмотрим для примера группу котов с длинами шерсти 7 см, 7 см и 10 см. Среднее равно $\frac{7 + 7 + 10}{3} = 8$, но в этой группе нет половины котов, удовлетворяющих требованиям.

3) Рассмотрим для примера группу котов с шерстью длиной 8 см, 8 см, 7 см, 6 см, 5 см. Мода равна 8, но опять же нет половины котов, удовлетворяющих требованиям.

4) Если медиана равна 9 см, то есть половина котов с шерстью меньшей или равной длины и половина — с большей или равной длины. Значит, в этой группе найдётся половина котов с шерстью длиной не менее 8 см.

Ответ: 4.

11. По статистике автозавода из 1000 машин в среднем 20 бракованных. Сколько бракованных машин следует ожидать, если завод собирается выпустить 300 500 машин?

Решение.

Если из 1000 машин 20 бракованных, то частота появления бракованной машины равна $\frac{20}{1000} = 0,02$. То есть доля

бракованных машин будет равна 0,02, тогда из 300 500 машин будет $300\,500 \cdot 0,02 = 6010$ бракованных.

Ответ: 6010.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. На диаграмме (см. рис. 79) показано распределение питательных веществ в сухом молоке.

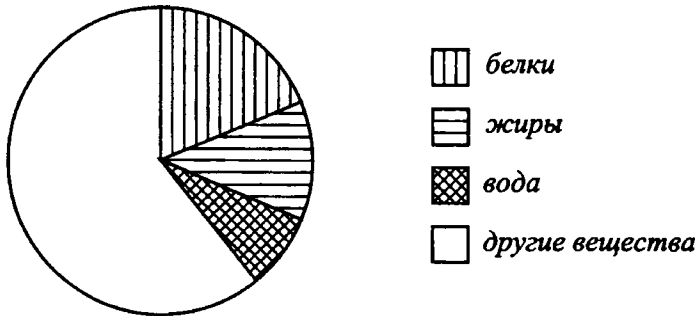


Рис. 79.

Определите, сколько примерно белков содержится в 100 г сухого молока.

- | | |
|---------------|---------------|
| 1) более 65 г | 2) около 50 г |
| 3) около 35 г | 4) около 20 г |

2. Результаты контрольной работы по математике были представлены в виде ряда данных, по которому построена диаграмма (см. рис. 80).

Найдите среднее значение исходного ряда данных.



Рис. 80.

3. Данные о числе мячей, забитых некоторой футбольной командой в разных матчах, представлены в виде ряда: 1, 2, 1, 0, 0, 3, 1, 2, 4, 0, 1, 0, 2, 1. Найдите моду этого ряда.

Вариант 2

1. На диаграмме (см. рис. 81) показано распределение питательных веществ в изюме.

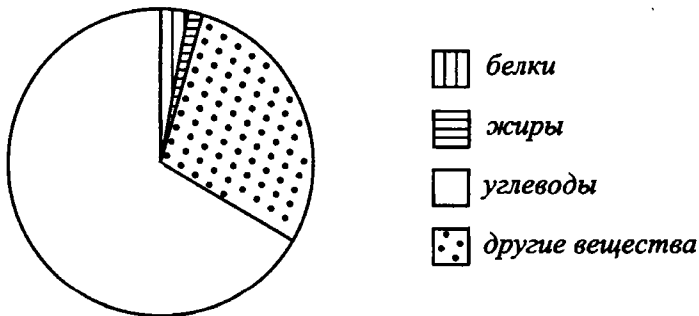


Рис. 81.

Определите, сколько примерно углеводов содержится в 200 г изюма.

- 1) более 120 г 2) около 60 г
3) около 30 г 4) менее 15 г

2. Результаты контрольной работы по математике были представлены в виде ряда данных, по которому построена диаграмма (см. рис. 82).



Рис. 82.

Найдите разность между медианой и размахом исходного ряда данных.

3. Данные о числе мячей, забитых некоторой футбольной командой в разных матчах, представлены в виде ряда: 3, 1, 0, 2, 5, 1, 4, 0, 0, 1. Найдите среднее значение этого ряда.

Вариант 3

1. На диаграмме (см. рис. 83) показано распределение лесных площадей в Брянской области.

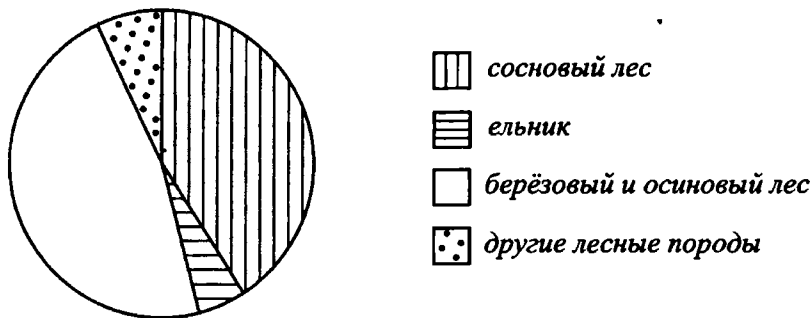


Рис. 83.

Определите, сколько примерно процентов лесных площадей Брянской области занимает ельник.

- 1) более 40% 2) около 20%
 3) около 5% 4) менее 2%

2. Результаты сбора информации о зданиях некоторого посёлка были представлены в виде ряда данных, по которому построена диаграмма (см. рис. 84).

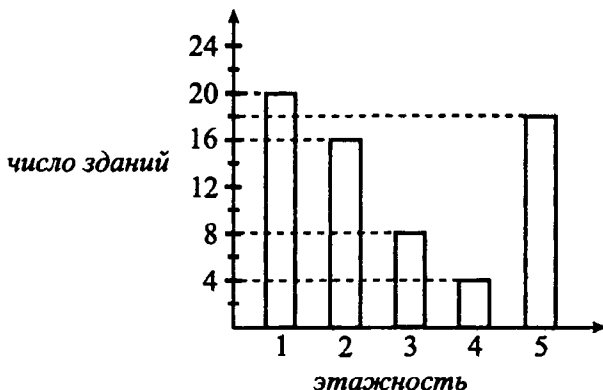


Рис. 84.

Найдите разность между медианой и модой исходного ряда данных.

3. Данные о числе мячей, забитых некоторой футбольной командой в разных матчах, представлены в виде ряда: 3, 2, 2, 0, 0, 1, 0, 2, 1, 1. Найдите объём измерения.

Вариант 4

1. На диаграмме (см. рис. 85) показано распределение лесных площадей в Уржумском районе Кировской области.

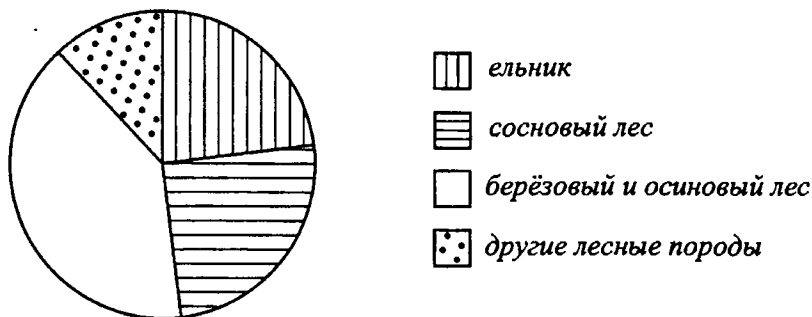


Рис. 85.

Определите, сколько примерно процентов лесных площадей в Уржумском районе занимают сосновые леса.

- 1) более 30% 2) около 25%
 3) около 15% 4) менее 10%

2. Результаты сбора информации о зданиях некоторого посёлка были представлены в виде ряда данных, по которому построена диаграмма (см. рис. 86).

Найдите разность между медианой и модой исходного ряда данных.

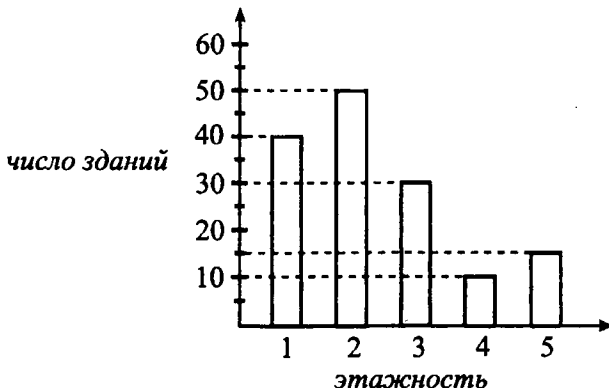


Рис. 86.

3. Данные о числе нерабочих праздничных дней в России по месяцам представлены в виде ряда: 6, 1, 1, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0. Найдите среднее значение ряда.

Вариант 5

1. Сплав Вуда состоит из олова, свинца, висмута и кадмия. На диаграмме (см. рис. 87) показано содержание металлов в этом сплаве.

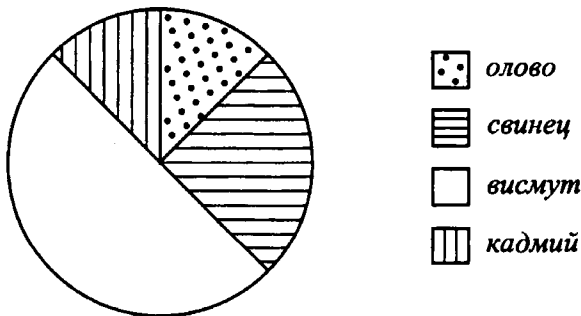


Рис. 87.

Определите, сколько примерно граммов свинца в сплаве Вуда массой 600 г.

- 1) более 200 г 2) около 150 г
3) около 100 г 4) менее 80 г

2. Результаты измерения веса (в кг) школьников 9-го класса представлены в виде таблицы распределения.

| | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| вес | 44 | 45 | 47 | 49 | 50 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| кратность | 2 | 4 | 3 | 3 | 5 | 3 | 1 | 2 | 3 |

Найдите объём измерения.

3. Данные о числе нерабочих праздничных дней в России по месяцам представлены в виде ряда: 6, 1, 1, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0. Найдите медиану ряда.

Вариант 6

1. На диаграмме (см. рис. 88) показано содержание химических элементов в сплаве Тинидур (разновидность стали).

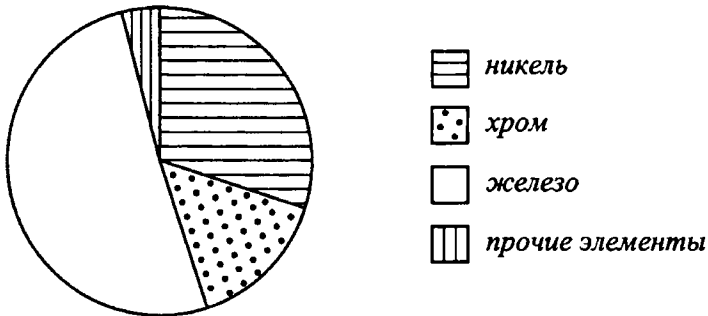


Рис. 88.

Определите, сколько примерно граммов никеля в сплаве Тинидур массой 400 г.

- 1) около 200 г 2) около 120 г
3) около 60 г 4) менее 30 г

2. Результаты измерения веса (в кг) школьников 9-го класса были представлены в виде ряда, по которому построена таблица распределения.

| | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| вес | 45 | 46 | 47 | 48 | 50 | 51 | 53 | 54 | 55 |
| кратность | 1 | 4 | 2 | 4 | 6 | 2 | 1 | 3 | 2 |

Найдите размах исходного ряда.

3. Данные о числе нерабочих праздничных дней в России по месяцам представлены в виде ряда: 6, 1, 1, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0. Найдите моду этого ряда.

Тренировочные тесты

Вариант 1

1. В первый день в парке посадили 55% всех кустов роз, а во второй — остальные 90 кустов. Сколько кустов роз посадили в парке за два дня?
2. Школьник на экзамене по географии наугад вытягивает один из 40 билетов. Известно, что среди всех этих билетов 6 содержат вопрос про Африку. Какова вероятность того, что в вытянутом билете не будет вопроса про Африку?
3. Из формулы давления столба жидкости $p = \rho gh$ выразите плотность жидкости ρ .

4. В таблице приведены нормативы по бегу для мальчиков девятого класса.

| Упражнения | Оценка | | |
|--------------|-------------|-------------|-------------|
| | 5 | 4 | 3 |
| Бег 60 м | 8,4 с | 9,2 с | 10,0 с |
| Бег 2000 м | 9 мин 20 с | 10 мин | 11 мин |
| Кросс 3000 м | 15 мин 30 с | 16 мин 30 с | 17 мин 30 с |

Костя пробежал 2000 метров за 10 минут 30 секунд. Какую оценку он получил?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен

5. На рисунке 89 показано изменение температуры воздуха в городе L на протяжении трёх суток. По горизонтали указано время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры 23 марта. Ответ укажите в градусах Цельсия.

6. Два дерева находятся на расстоянии 24-х метров друг от друга. Высота одного растения 22 метра, а другого — 12 метров. Найдите расстояние (в метрах) между их вершинами (см. рис. 90).

7. Школьный библиотекарь систематизировал имеющиеся в школе издания. Результаты представлены на круговой диаграмме (см. рис. 91).

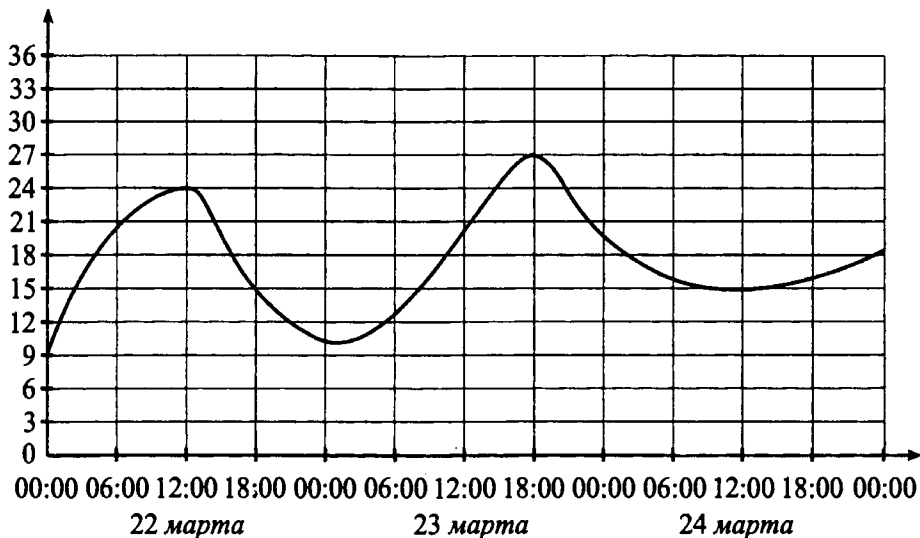


Рис. 89.



Рис. 90.

Сколько примерно энциклопедий в школьной библиотеке, если всего в ней 4000 изданий?

- 1) более 1000
- 2) около 300
- 3) менее 50
- 4) около 500

8. Стоимость костюма рассчитывается по формуле $P = (1200 + 40k)(1 + 0,01c)$, где k — число упаковок шерсти, потраченных на изготовление костюма, $C\%$ —

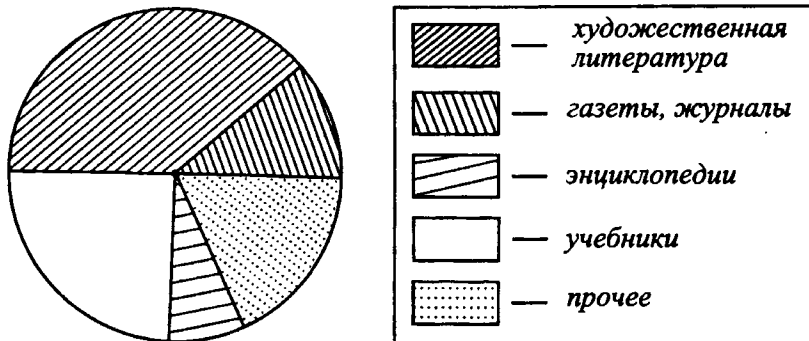


Рис. 91.

торговая наценка. Рассчитайте стоимость костюма, на который потратили 5 упаковок шерсти, если торговая наценка составляет 20%

Вариант 2

1. В браслете массой 5 г содержится 58% чистого золота, а в цепочке массой 3,2 г — 75% чистого золота. На сколько граммов меньше золота в цепочке, чем в браслете?

2. На подносе лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с творогом, 3 с капустой, 4 с картошкой, 5 с мясом. Какова вероятность того, что наугад взятый с подноса пирожок окажется с капустой?

3. Из формулы первой космической скорости $v = \sqrt{gR}$ выразите радиус Земли R .

4. В таблице приведены нормативы по бегу для девочек девятого класса.

| Упражнения | Оценка | | |
|--------------|-------------|-------------|-------------|
| | 5 | 4 | 3 |
| Бег 60 м | 9,4 с | 10,0 с | 10,5 с |
| Бег 2000 м | 10 мин 20 с | 12 мин | 13 мин |
| Кросс 2000 м | 11 мин 30 с | 12 мин 30 с | 13 мин 30 с |

Надя пробежала кросс 2000 метров за 11 минут 35 секунд. Какую оценку она получила?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен

5. На рисунке 92 жирными точками показано изменение стоимости акций одной из туристических компаний в первые две недели октября. Для наглядности жирные точки соединены линией. По оси абсцисс отложены числа месяца, по оси ординат — стоимость одной акции в рублях. Пётр купил 3 октября 300 акций, 100 акций продал 7 октября, 100 — 10 октября, а остальные — 11 октября. Сколько рублей потерял Пётр в результате этих операций?

6. Угол раствора проектора равен 60° . На каком наименьшем расстоянии от проектора должен располагаться экран A высотой $3\sqrt{3}$ м, чтобы он был полностью освещён? Ответ укажите в метрах (см. рис. 93).

7. Петя в 3-й четверти получил такие оценки: 3, 3, 4, 3, 5, 4, 3, 4, 5, 5, 3, 4. Найдите частоту варианты 5.

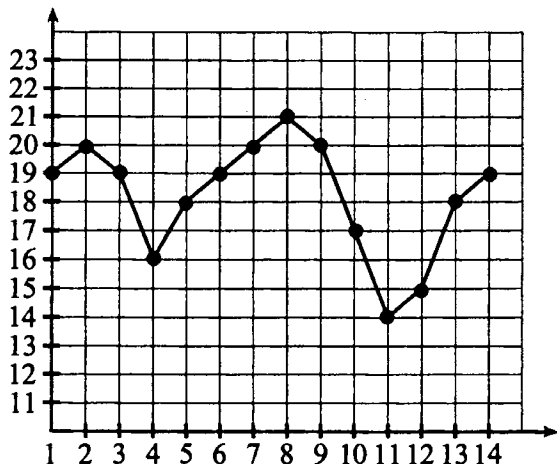


Рис. 92.

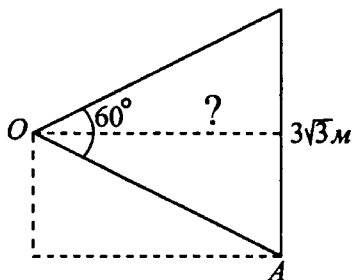


Рис. 93.

8. На диаграмме показано соотношение площадей фруктовых садов Придонья. Какое из утверждений относительно площадей фруктовых садов неверно?

- 1) Половину площадей занимают яблоневые и вишнёвые сады.
- 2) Более четверти площадей всех садов составляют виноградники.
- 3) Менее четверти площадей всех садов составляют сливовые сады.

4) Четверть всех садов составляют малинники и сливовые сады.

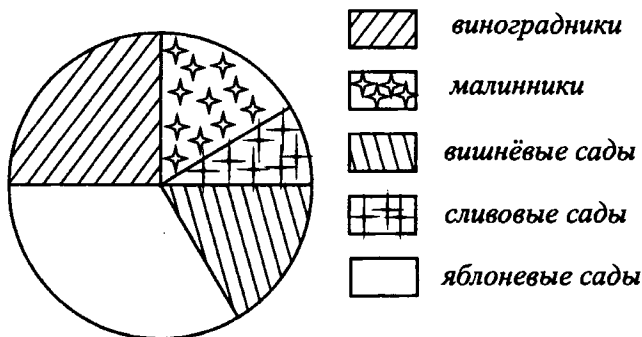


Рис. 94.

Вариант 3

1. Завод в апреле выпустил 750 велосипедов, 24% из которых — горные. В мае из 800 выпущенных велосипедов горные составили 22%. На сколько больше выпустили горных велосипедов в апреле, чем в мае?

2. Из 6000 собранных на заводе холодильников 9 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный холодильник из этих 6000. Найдите вероятность того, что проверяемый холодильник окажется бракованным.

3. Из формулы силы упругости $F = -kx$ выразите смещение тела x .

4. В таблице приведены нормативы по прыжкам для мальчиков девятого класса.

| Упражнения | Оценка | | |
|-------------------------------|--------|-----|-----|
| | 5 | 4 | 3 |
| Прыжок в длину с разбега (см) | 430 | 380 | 330 |
| Прыжок в длину с места (см) | 200 | 180 | 160 |

Коля прыгнул в длину с разбега на 390 см. Какую оценку он получил?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен

5. На графике, изображённом на рисунке 95, жирными точками показано изменение стоимости акций одной из строительных компаний с 1 по 19 августа. По оси абсцисс отложены числа месяца, по оси ординат — стоимость одной акции в евро. Для наглядности жирные точки соединены линией. Бизнесмен приобрёл 6 августа 300 акций, а 15 августа их продал. Сколько евро он приобрёл в результате этих операций?

6. Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 30 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии от экрана A надо расположить экран B высотой 200 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными (см. рис. 96)? Ответ выразите в сантиметрах.

7. Во вторник к школьному стоматологу пришли несколько учеников. Врач выписал в соответствующем порядке классы

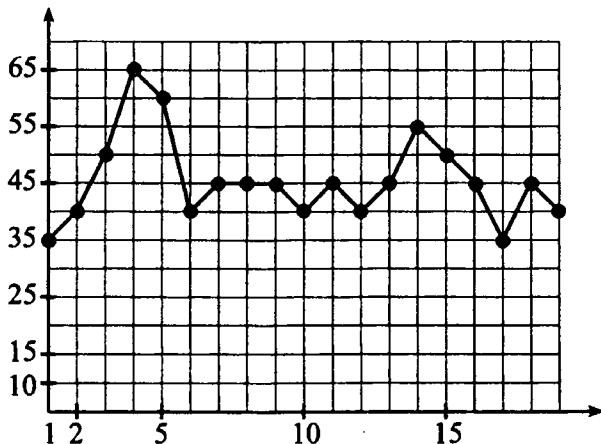


Рис. 95.

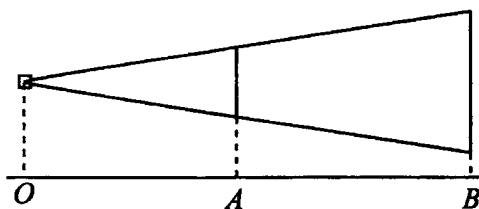


Рис. 96.

пациентов и получил такой список: 9, 9, 8, 7, 6, 7, 8, 8, 9, 6, 5, 6, 8, 5. Найдите разность между модой и медианой этого ряда.

8. На диаграмме показано распределение посевных площадей в одном из сельских хозяйств. Какое из утверждений неверно, если вся посевная площадь составляет 204 га?

- 1) Четверть всех посевных площадей занята рожью и кукурузой.
- 2) Под овёс и подсолнечник было отведено 100 га посевной площади.
- 3) Под пшеницу, рожь и кукурузу отведено 160 га.

4) Под подсолнечник в хозяйстве было отведено 40 га посевной площади.

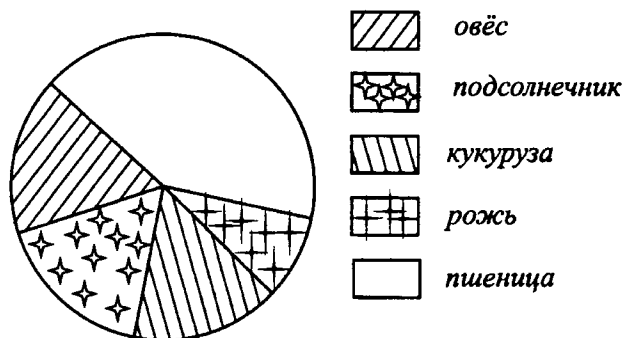


Рис. 97.

Вариант 4

1. В магазине имеется 1800 пакетов вишневого и сливового сока. Вишнёвый сок составляет 42%. Сколько пакетов сливового сока имеется в магазине?

2. В соревнованиях по шахматам участвуют 15 спортсменов из России, 10 — из США и 11 — из Германии. В первый день соревнований каждый шахматист играет одну партию, соперники определяются жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шахматист из России Василий Кузнецов будет в первый день играть с другим россиянином.

3. Из формулы закона Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt$ выразите сопротивление R .

4. Дорожный знак, изображённый на рисунке 98, называется «Ограничение по весу». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства по мосту (с грузом или

без груза) превышающего установленный тоннаж. Какому из данных транспортных средств этот знак запрещает проезд?



Рис. 98.

- 1) грузовик «ЗИЛ» грузоподъёмностью 5000 кг
- 2) «Термофургон» грузоподъёмностью 15000 кг
- 3) грузовик «МАЗ» грузоподъёмностью 20000 кг
- 4) грузовик «Мерседес» грузоподъёмностью 18000 кг

5. На графике, изображённом на рисунке 99, показано изменение температуры воздуха в городе D в первые 4 дня июля. По горизонтали указывается время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры за этот период. Ответ укажите в градусах Цельсия.

6. Проектор полностью освещает экран B высотой 150 см, расположенный на расстоянии 2 м от проектора. На каком наименьшем расстоянии от проектора надо расположить экран A высотой 60 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными (см. рис. 100)? Ответ укажите в сантиметрах.

7. В учебнике по географии 25 параграфов. Костя выписал на лист бумаги ряд данных, состоящий из объёмов параграфов в страницах. Полученные результаты он представил в виде таблицы распределения данных.

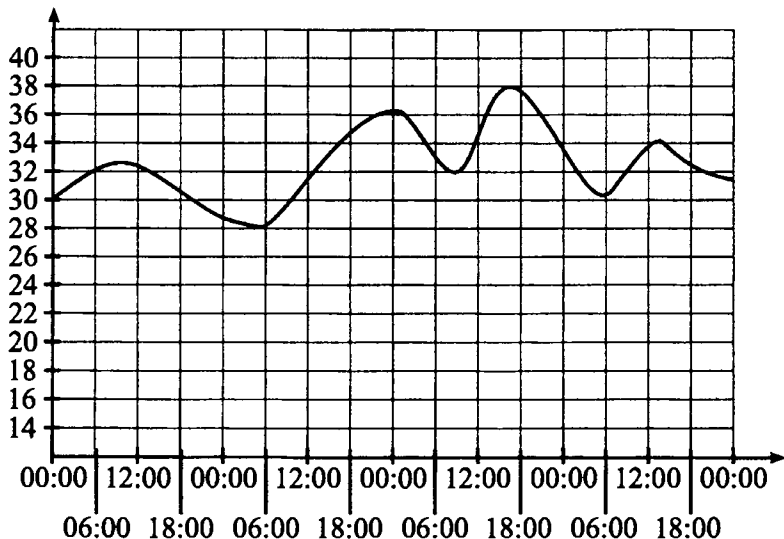


Рис. 99.

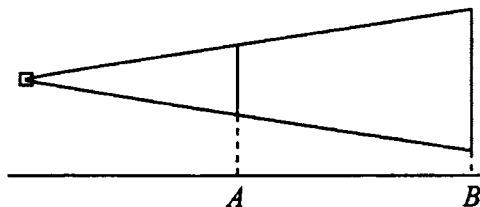


Рис. 100.

| | | | | | |
|-----------------|----|---|---|---|---|
| Объём параграфа | 9 | 7 | 6 | 5 | 1 |
| Кратность | 12 | 7 | 2 | 3 | 1 |

Найдите среднее этого ряда.

8. На диаграмме (см. рис. 101) показана среднемесячная температура воздуха в населённом пункте N за год. Укажите, сколько месяцев за год было с отрицательной среднемесячной температурой.

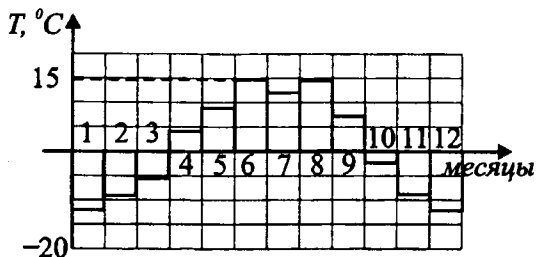


Рис. 101.

Вариант 5

1. В учебнике по математике содержится 40 задач на проценты и 28 задач на части. Сколько процентов составляют задачи на части от задач на проценты?
2. В концерте участвуют 9 певцов из России, 4 — из Франции и 2 — из Норвегии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать певец из России.
3. Из формулы площади треугольника $S = \frac{1}{2}ab \sin \angle C$ выразите длину стороны b .
4. В таблице приведены нормативы по прыжкам для девочек.

| Упражнения | Оценка | | |
|-------------------------------|--------|-----|-----|
| | 5 | 4 | 3 |
| Прыжок в длину с разбега (см) | 370 | 330 | 290 |
| Прыжок в длину с места (см) | 180 | 160 | 140 |

Катя прыгнула в длину с места на 163 см. Какую отметку она получила?

- 1) Отметка «5»
- 2) Отметка «4»

- 3) Отметка «3»
 4) норматив не выполнен

5. В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое ещё не вступило в реакцию, уменьшается со временем. На рисунке 102 эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса (в граммах) реагента, не вступившего в реакцию. Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за первые 5 минут.

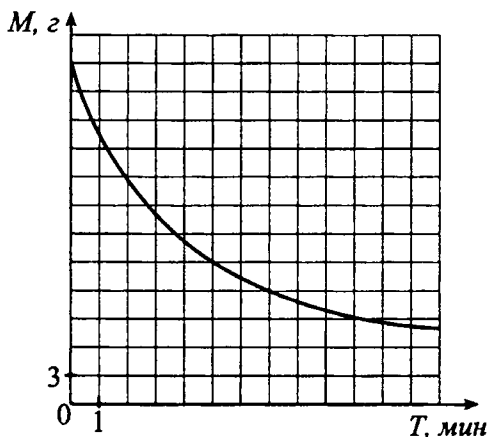


Рис. 102.

6. Человек стоит на расстоянии 3 шагов от фонарного столба, высота которого 2,8 м. Рост человека — 1,6 м. Определите длину его тени (в шагах).

7. В книге по обществознанию цифры встречаются нечасто. Алексей выписал все цифры, которые встретились ему в тексте одного из параграфов. Он получил такую последователь-

ность: 0, 2, 2, 1, 1, 2, 3, 7, 8, 1, 2, 7, 7, 0. Найдите разность между размахом ряда и его модой.

8. Стоимость поездки в музей для группы туристов из K детей и B взрослых рассчитывается по формуле $C = (200K + 350B) \cdot M$, при этом M равно 0,5, если поездка в музей происходит в каникулы или выходные дни, и 1 в остальных случаях. Рассчитайте стоимость поездки для группы из 8 детей и 2 взрослых, запланированной на воскресенье.

Вариант 6

1. Человек стоит на расстоянии 5 шагов от фонарного столба и отбрасывает тень длиной 15 шагов. Определите высоту фонарного столба (в метрах), если рост человека 1,8 м (см. рис. 103).

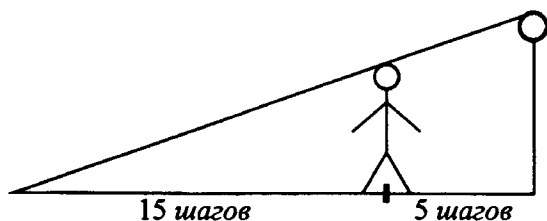


Рис. 103.

2. Для покраски тканей используется смесь двух красителей белого и зелёного цвета в отношении 6 : 7. Какой процент в этой смеси составляет краситель белого цвета? Ответ округлите до целого числа.

3. Из формулы длины вектора $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ выразите y , если известно, что $y \geq 0$.

4. На детской карусели 25 мест, каждое сделано в виде какого-либо животного. Из этих мест только три сделаны в виде слонёнка. Мальчик выбирает место наугад. Найдите вероятность того, что он сядет на место, сделанное в виде слонёнка.

5. В таблице приведены нормативы по метанию мяча для мальчиков 9-го класса.

| Упражнения | Оценка | | |
|-------------------------------|--------|-----|-----|
| | 5 | 4 | 3 |
| метание малого мяча 150 г (м) | 45 | 40 | 31 |
| метание набивного мяча (см) | 695 | 530 | 430 |

Костя метнул набивной мяч на 690 см. Какую отметку он получил?

- 1) Отметка «5»
- 2) Отметка «4»
- 3) Отметка «3»
- 4) Норматив не выполнен

6. На рисунке 104 показано, как изменялась скорость движения легковой машины на протяжении пяти часов. По горизонтали указано время в часах, по вертикали — скорость машины в км/ч. Найдите скорость машины через 2 часа после начала движения. Ответ выразите в км/ч.

7. Найдите среднее арифметическое числового ряда: 18, 6, 24, 13, 21.

8. На круговой диаграмме (см. рис. 105) показано распределение обучающихся некоторой школы по классам.

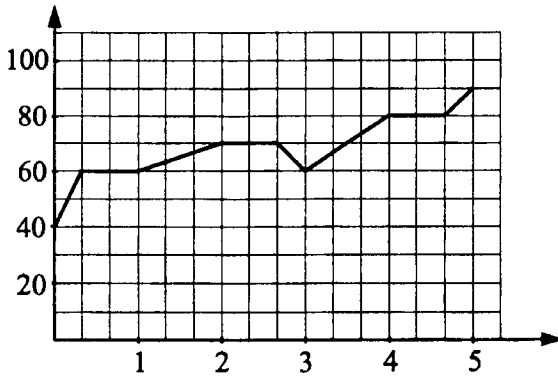


Рис. 104.

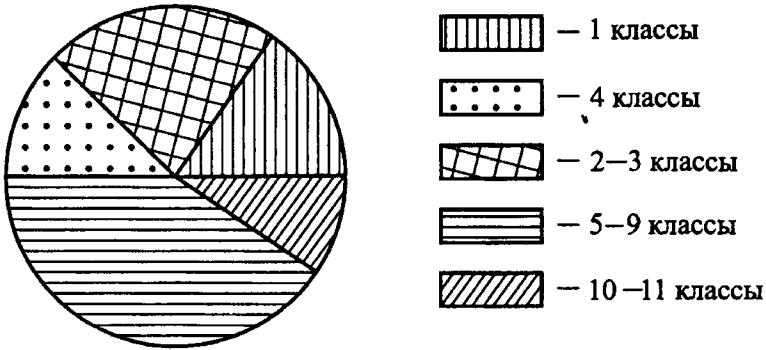


Рис. 105.

Каково примерное количество обучающихся в 5–9 классах, если всего в школе 1100 обучающихся?

- 1) менее 100
- 2) около 150
- 3) более 300
- 4) около 250

Вариант 7

1. Проектор полностью освещает экран *A* высотой 360 см, расположенный на расстоянии 150 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно

расположить экран B высотой 480 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными (см. рис. 106)?

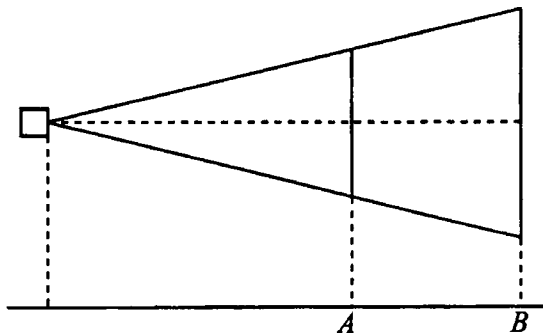


Рис. 106.

2. Коллекция состоит из серебряных и золотых монет, собранных в отношении 8 : 1. Какой процент в этой коллекции составляют серебряные монеты? Ответ округлите до целого числа.

3. Из формулы закона Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt$ выразите время t .

4. В урне 6 красных, 8 жёлтых, 3 синих и 3 зелёных шара. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что достали жёлтый шар?

5. На соревнованиях по фигурному катанию за обязательную программу были выставлены баллы. Выпишите номера двух спортсменов, ставших победителями.

| | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Номера участников | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Результаты (баллы) | 5,7 | 5,3 | 6,0 | 5,8 | 5,9 |

1) 1; 3

2) 2; 4

3) 3; 5

4) 3; 4

6. На рисунке 107 показана зависимость между сроком хранения и температурой молока. По горизонтали указана температура молока в градусах Цельсия, по вертикали — время в часах.

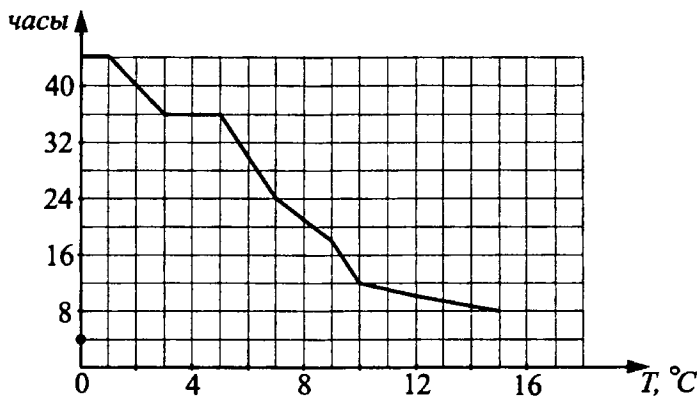


Рис. 107.

Найдите срок хранения молока при температуре 10°C.

7. На круговой диаграмме (см. рис. 108) представлены данные туристической фирмы о продажах путёвок в различные страны за период лета 2009 года.

Какое примерное количество путёвок было продано в страны Скандинавии, если общее количество проданных путёвок за лето 2009 года составило 72 штуки?

1) около 10

2) около 30

3) около 20

4) более 40

8. В связи с закрытием магазина проводится распродажа кружек со скидкой 35 %. Сколько кружек можно купить на

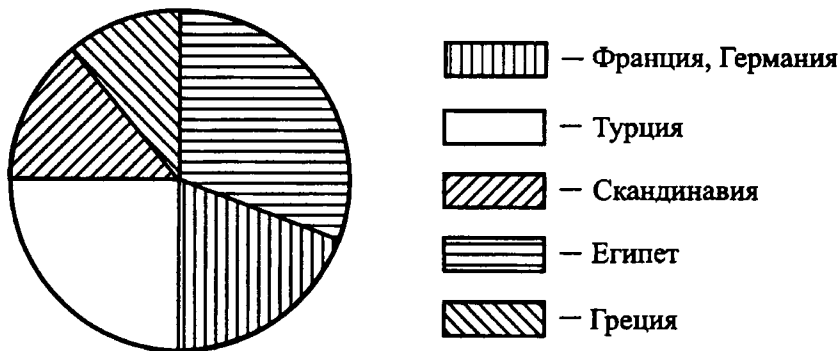


Рис. 108.

500 рублей в период распродажи, если до распродажи такая кружка стоила 58 рублей?

Вариант 8

1. Человек стоит на расстоянии 3 метров от фонарного столба высотой 3,4 м и отбрасывает тень длиной 3 метра. Найдите рост (в метрах) человека (см. рис. 109).

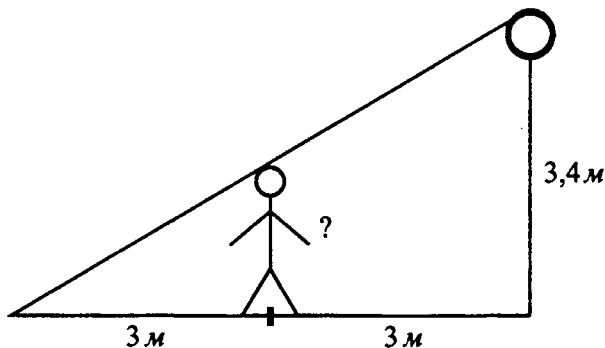


Рис. 109.

2. Тетради в количестве 126 штук разделили между двумя классами в отношении 10 : 11. Сколько тетрадей составляет большая часть?

3. Из формулы состояния идеального газа $pV = RT$ выразите молярный объём V .

4. В учебнике 30 задач по физике. Школьник не знает, как решить 12 из них. Учитель наугад выбирает из учебника задачу по физике и вызывает школьника к доске, предлагая решить эту задачу. Найдите вероятность того, что школьник знает, как решить предложенную задачу.

5. В таблице приведены нормативы для мальчиков.

| Упражнения (мальчики) | Оценка | | |
|--------------------------|--------|----|----|
| | 5 | 4 | 3 |
| поднимание туловища | 50 | 45 | 35 |
| подтягивание в висе | 10 | 8 | 7 |

Пётр упражнение на поднимание туловища выполнил 49 раз. Какую отметку он получил?

- 1) Отметка «5»
- 2) Отметка «4»
- 3) Отметка «3»
- 4) Норматив не выполнен

6. На рисунке 110 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении двух суток.

На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурами в течение этих двух суток. Ответ дайте в градусах Цельсия.

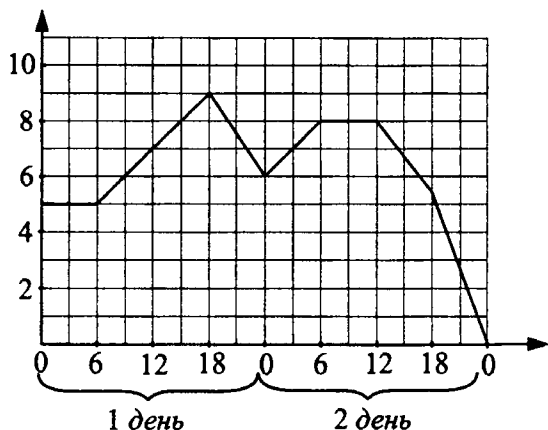


Рис. 110.

7. У Анны Олеговны из зарплаты вычитают подоходный налог 13 %. Сколько рублей получит Анна Олеговна, если ей начислили зарплату 12000 рублей?

8. На круговой диаграмме (см. рис. 111) представлены доли базовых общеобразовательных предметов в учебном плане старшей школы.

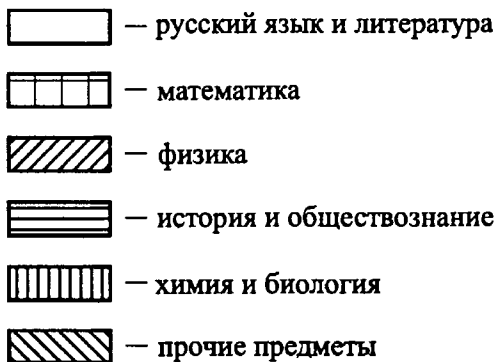
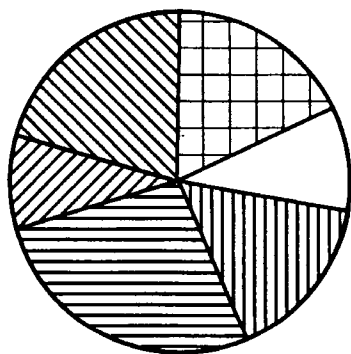


Рис. 111.

Сколько примерно часов в неделю отведено на изучение истории и обществознания, если недельный план составляет 37 часов?

- 1) менее 5 2) около 10
3) около 15 4) более 20

Вариант 9

1. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 10 м от фонарного столба и отбрасывает тень длиной 5 м. Определите высоту фонарного столба в метрах (см. рис. 112).

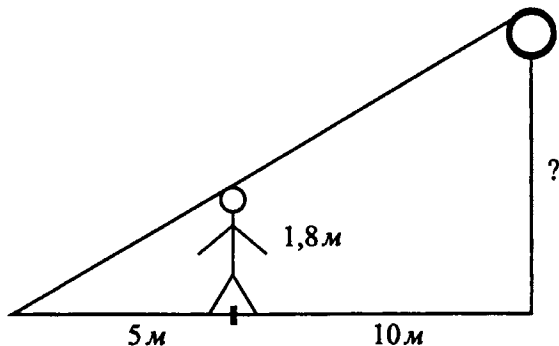


Рис. 112.

2. В парке посадили клёны и липы, причём на каждые 3 липы приходилось 2 клёна. Сколько процентов от всех посаженных деревьев составили липы?

3. Из формулы скорости материальной точки при равноускоренном движении $v = v_0 + at$ выразите время t .

4. В бассейне 8 дорожек, из них крайними являются 1-я и 8-я. В соревнованиях участвуют 8 пловцов, при этом дорожки

распределяются жеребьёвкой. Определите вероятность того, что спортсмену Константину, участвующему в заплыве, достанется крайняя дорожка.

5. Дорожный знак, изображённый на рисунке 113, называется «Ограничение длины». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства, габариты которого (с грузом или без груза) превышают установленную длину. Какому из транспортных средств этот знак запрещает проезд?



Рис. 113.

- 1) Рефрижератор «Пежо» длиной 2500 мм
- 2) Рефрижератор «ЗИЛ» длиной 13600 мм
- 3) Рефрижератор «ГАЗ» (валдай) длиной 6500 мм
- 4) Рефрижератор «МАЗ» длиной 10200 мм

6. На рисунке 114 показано, как изменялась скорость движения легковой машины на протяжении пяти часов. По горизонтали указано время в часах, по вертикали — скорость машины в км/ч. Найдите скорость машины через 4 часа 20 минут после начала движения. Ответ выразите в км/ч.

7. Два дерева находятся на расстоянии 15 м друг от друга. Высота одного дерева 10 м, а другого — 2 м. Найдите, сколько метров составляет расстояние между их вершинами (см. рис. 115).

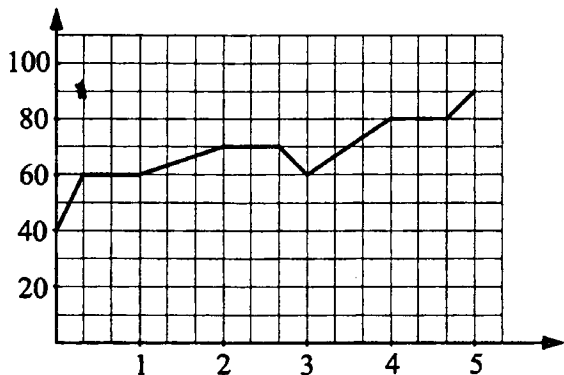


Рис. 114.

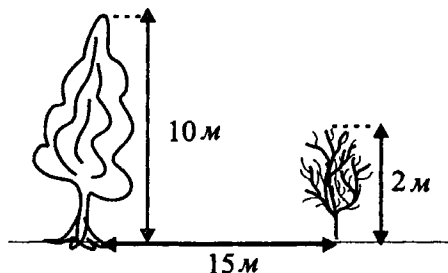


Рис. 115.

8. На круговой диаграмме (см. рис. 116) представлены доли базовых общеобразовательных предметов в 10-м классе.

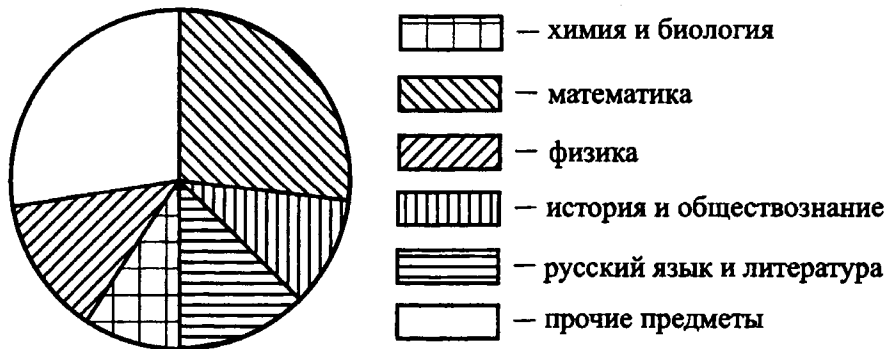


Рис. 116.

Сколько примерно часов в неделю отведено на изучение математики, если недельный план составляет 37 часов?

- 1) менее 7 2) около 10 3) около 15 4) более 20

Вариант 10

1. В магазин завезли яблоки. В первый день продали 40% всех яблок, во второй день — остальные 1530 кг. Сколько килограммов яблок завезли в магазин?

2. Для проведения лотереи было изготовлено 2000 билетов, из них 1990 билетов не приносят выигрыша. Какова вероятность получить выигрыш, если приобрести только один билет?

3. Из формулы закона Архимеда $F = \rho g V$ выразите объём тела V .

4. Дорожный знак, изображённый на рисунке 117, называется «Ограничение высоты». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства, габариты которого (с грузом или без груза) превышают установленную высоту. Какому из транспортных средств этот знак запрещает проезд?



Рис. 117.

- 1) Еврофура высотой 2750 мм
2) «Камаз» высотой 2600 мм

3) «ГАЗ» высотой 2650 мм

4) «ЗИЛ» высотой 2500 мм

5. На рисунке 118 показано, как изменялась температура воздуха в течение одного дня августа 2010 года в некотором городе. По горизонтали — время в часах, по вертикали — температура воздуха в градусах Цельсия. Определите по рисунку температуру воздуха (в градусах Цельсия) в 18.00.

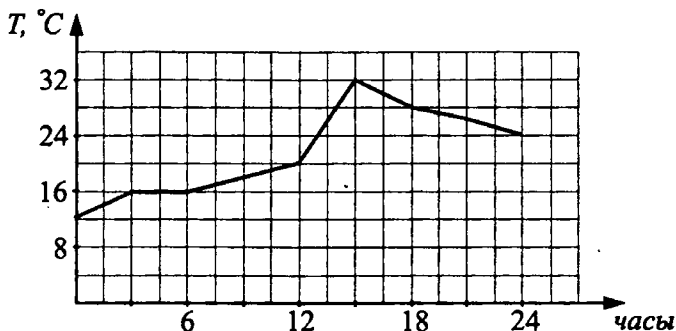


Рис. 118.

6. На круговой диаграмме (см. рис. 119) представлено содержание питательных веществ в овсяных хлопьях.

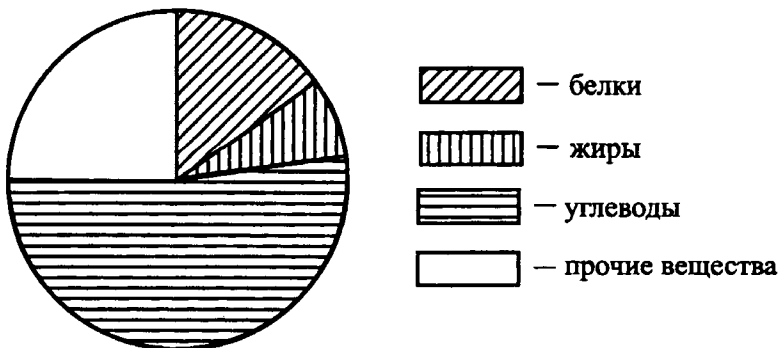


Рис. 119.

Сколько примерно граммов белка содержится в 100 г овсяных хлопьев?

- 1) около 30 2) менее 5 3) около 15 4) более 25

7. Данные об оценках, полученных на контрольной по химии, представлены в виде ряда: 3, 4, 4, 2, 5, 3, 3, 4, 3, 3, 3. Найдите моду этого ряда.

8. Сколько плиток размерами 15 см \times 15 см нужно, чтобы выложить прямоугольное дно бассейна размерами 3 м \times 6 м?

Ответы к вариантам для самостоятельного решения

Глава 1

| № | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|-------|----|-----|-------|
| Вар. 1 | 20 | 9 | 3 | 2720 |
| Вар. 2 | 3 | 5 | 120 | 500 |
| Вар. 3 | 1 | 2 | 12 | 4 |
| Вар. 4 | 3 | 2 | 54 | 1,5 |
| Вар. 5 | 32200 | 80 | 18 | 66000 |
| Вар. 6 | 1,2 | 30 | 2 | 4 |

Глава 2

| № | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|------|------|-----|-----|
| Вар. 1 | 13,2 | 27 | 0,8 | 600 |
| Вар. 2 | 175 | 1,6 | 1,5 | 24 |
| Вар. 3 | 6 | 0,6 | 7 | 50 |
| Вар. 4 | 5,4 | 3,75 | 1,8 | 4,5 |
| Вар. 5 | 240 | 7,1 | 1 | 41 |

Глава 3

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------|-------|--------|------|--------|-------|------|
| Вар. 1 | 157,5 | 2070 | 14 | 87 | 6 | 20 |
| Вар. 2 | 24 кг | 75 | 3 | 7814,1 | 2 | 66 |
| Вар. 3 | 84 | 198 | 80,2 | 12,5 | 280 | 3162 |
| Вар. 4 | 3,75 | 22 400 | 188 | 215 | 575 | 576 |
| Вар. 5 | 12 | 500 | 180 | 14 | 70 | 44 |
| Вар. 6 | 8 | 3 | 175 | 378 | 19575 | 7 |

Глава 4

| № | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|---------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|------|
| Вар. 1 | 140200 | $h = \frac{2S}{a+b}$ | $d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ | 0,74 |
| Вар. 2 | 6 | $h = \frac{2S}{a+b}$ | $d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ | 75 |
| Вар. 3 | $a = 2R \sin \angle A$ | $I = \sqrt{\frac{Q}{Rt}}$ | 4 | 169 |
| Вар. 4 | $\sin \angle C = \frac{2S}{ab}$ | $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$ | 2700 | 55 |
| Вар. 5 | $R = \frac{l}{2\pi}$ | $r = \sqrt{R^2 - \frac{S}{\pi}}$ | 10510 | 2992 |

Глава 5

| № | 1 | 2 | 3 |
|--------|-------|-------|------|
| Вар. 1 | 0,003 | 0,8 | 0,12 |
| Вар. 2 | 0,28 | 0,75 | 0,4 |
| Вар. 3 | 0,3 | 0,9 | 0,3 |
| Вар. 4 | 0,2 | 0,005 | 0,2 |
| Вар. 5 | 0,8 | 0,004 | 0,4 |
| Вар. 6 | 0,002 | 0,4 | 0,14 |

Глава 6

| № | 1 | 2 | 3 |
|--------|---|-----|-----|
| Вар. 1 | 4 | 3,6 | 1 |
| Вар. 2 | 1 | 1 | 1,7 |
| Вар. 3 | 3 | 1 | 10 |
| Вар. 4 | 2 | 0 | 1 |
| Вар. 5 | 2 | 26 | 0,5 |
| Вар. 6 | 2 | 10 | 0 |

Отвѣты к тренировочным тестам

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---------|------|--------|----------------------------------|------|------|-----|-------|------|
| Вар. 1 | 200 | 0,85 | $\rho = \frac{P}{gh}$ | 3. | 27 | 26 | 2 | 1680 |
| Вар. 2 | 0,5 | 0,2 | $R = \frac{v^2}{g}$ | 2. | 600 | 4,5 | 0,25 | 2 |
| Вар. 3 | 4 | 0,0015 | $x = -\frac{F}{k}$ | 2. | 3000 | 45 | 0,5 | 2 |
| Вар. 4 | 1044 | 0,4 | $R = \frac{Q}{I^2 t}$ | 3. | 10 | 80 | 7,4 | 6 |
| Вар. 5 | 70 | 0,6 | $b = \frac{2S}{a \sin \angle C}$ | 2. | 21 | 4 | 6 | 1150 |
| Вар. 6 | 2,4 | 46 | $y = \sqrt{d^2 - x^2}$ | 0,12 | 2. | 70 | 16,4 | 3 |
| Вар. 7 | 200 | 89 | $t = \frac{Q}{I^2 R}$ | 0,4 | 3. | 12 | 1 | 13 |
| Вар. 8 | 1,7 | 66 | $V = \frac{RT}{p}$ | 0,6 | 2. | 9 | 10440 | 2 |
| Вар. 9 | 5,4 | 60 | $t = \frac{v - v_0}{a}$ | 0,25 | 2. | 80 | 17 | 2 |
| Вар. 10 | 2550 | 0,005 | $V = \frac{F}{\rho g}$ | 1. | 28 | 3 | 3 | 800 |

ГИА-9

Учебное издание

Иванов Сергей Олегович, **Ковалевская** Александра Сергеевна,
Войта Елена Александровна, **Резникова** Нина Михайловна,
Нужа Галина Леонтьевна, **Коннова** Елена Генриевна,
Ханин Дмитрий Игоревич

МАТЕМАТИКА.
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ ГИА-2014.
ПОСОБИЕ ДЛЯ «ЧАЙНИКОВ».
МОДУЛЬ 3: РЕАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Обложка В. Кириченко
Компьютерная верстка О. Сапожников
Корректор Н. Коновалова

Подписано в печать с оригинал-макета 16.08.2013.
Формат 60x84¹/₁₆. Бумага типографская.
Гарнитура Ньютон. Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,5.

Доп. тираж 10 000. Заказ № 226.

Издательство ООО «Легион» включено в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, которые допускаются к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждениях. Приказ Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009, зарегистрирован в Минюст России 15.01.2010 № 15987.

ООО «ЛЕГИОН»

Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344011, г. Ростов-на-Дону, пер. Долломановский, 55.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных
диапозитивов в ЗАО «Полиграфобъединение»
347900, г. Таганрог, ул. Лесная биржа, 6В.