

Библиотечка
СтатГрад



ГОТОВИМСЯ К ГИА

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ
В ФОРМАТЕ

ГИА 2014

МАТЕМАТИКА

ФГОС

ХИМИЯ

ФИЗИКА

ИСТОРИЯ

БИОЛОГИЯ

ГЕОГРАФИЯ

ЛИТЕРАТУРА

МАТЕМАТИКА

РУССКИЙ ЯЗЫК

ИНФОРМАТИКА

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

Государственное бюджетное образовательное учреждение
Центр педагогического мастерства

Готовимся к ГИА

Математика

Диагностические работы в формате ГИА 2014

Издание соответствует Федеральному государственному
общеобразовательному стандарту (ФГОС)

Москва
Издательство МЦНМО
2014

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Г74

Г74 Готовимся к ГИА. Математика. Диагностические работы в формате ГИА 2014 / Сост. И. Р. Высоцкий, Л. О. Рослова, И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2014. — 96 с.

ISBN 978-5-4439-0704-8

Данное пособие предназначено для отработки практических умений и навыков учащихся при подготовке к экзамену по математике в 9 классе в формате ГИА. Оно содержит варианты диагностических работ по математике, формат и содержание которых соответствуют контрольно-измерительным материалам, разработанным Федеральным институтом педагогических измерений для проведения государственной итоговой аттестации. В книгу входят также ответы к заданиям и критерии проверки и оценивания выполнения заданий с развернутым ответом. Авторы пособия являются разработчиками тренировочных и диагностических работ для системы СтатГрад (<http://statgrad.org>).

Материалы книги рекомендованы учителям и методистам для выявления уровня и качества подготовки учащихся по предмету, определения степени их готовности к государственной итоговой аттестации.

Издание соответствует Федеральному государственному общеобразовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Приказом №729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включён в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.

Сборник составлен с использованием открытого банка заданий ГИА.

Задания предложены:

Е. А. Бунимовичем, И. Р. Высоцким, П. И. Захаровым, Л. В. Кузнецовой, М. А. Посицельской, С. Е. Посицельским, Л. О. Рословой, А. В. Семеновым, В. А. Смирновым, С. Б. Суворовой, А. С. Трепалиным, С. А. Шестаковым, Д. Э. Шнолем, И. В. Яценко

Подписано в печать 14.01.2014 г. Формат 60 × 90 ¹/₁₆. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Тираж 5000 экз. Заказ № ВЗК-00270-14.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография», филиал «Дом печати — ВЯТКА»
в полном соответствии с качеством предоставленных оригиналов.
610033, г. Киров, ул. Московская, 122. Факс (8332) 53-53-80, 62-10-36.
<http://www.gipp.kirov.ru> e-mail: order@gipp.kirov.ru

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»:
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mcme.ru

ISBN 978-5-4439-0704-8

© Коллектив авторов, 2014.
© МЦНМО, 2014.

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

Желаем успеха!

Вариант 1

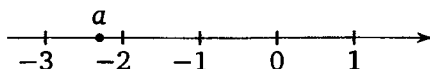
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $1,4 \cdot 2,4 + 0,24$.

Ответ:

- 2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a < 2$ 2) $-1 - a > 0$ 3) $\frac{1}{a} > 0$ 4) $a + 3 < 0$

- 3 Укажите наибольшее из следующих чисел:

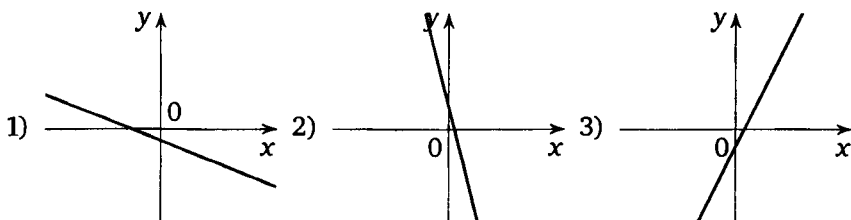
- 1) $\sqrt{18}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) 5 4) $\sqrt{5} + \sqrt{6}$

- 4 Решите уравнение $\frac{5x+4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}$.

Ответ:

- 5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

Графики



Коэффициенты

1) $k < 0, b < 0$

3) $k < 0, b > 0$

2) $k > 0, b > 0$

4) $k > 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6 Дана арифметическая прогрессия 14, 9, 4, ... Какое число стоит в этой последовательности на 81-м месте?

Ответ:

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{64b^2 + 128b + 64}{b} : \left(\frac{4}{b} + 4\right) \quad \text{при } b = -\frac{15}{16}.$$

Ответ:

- 8 Решите неравенство $x^2 < 361$.

1) $(-\infty; -19) \cup (19; +\infty)$

3) $(-19; 19)$

2) $(-\infty; -19] \cup [19; +\infty)$

4) $[-19; 19]$

Модуль «Геометрия»

- 9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 136° , угол CAD равен 82° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

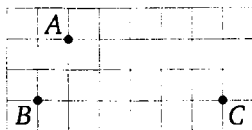
- 10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 20$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите BC .

Ответ:

- 11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

Ответ:

- 12) На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ:

- 13) Укажите номера верных утверждений.

- 1) Через любую точку проходит не менее одной прямой.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 65° , то эти две прямые параллельны.
- 3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

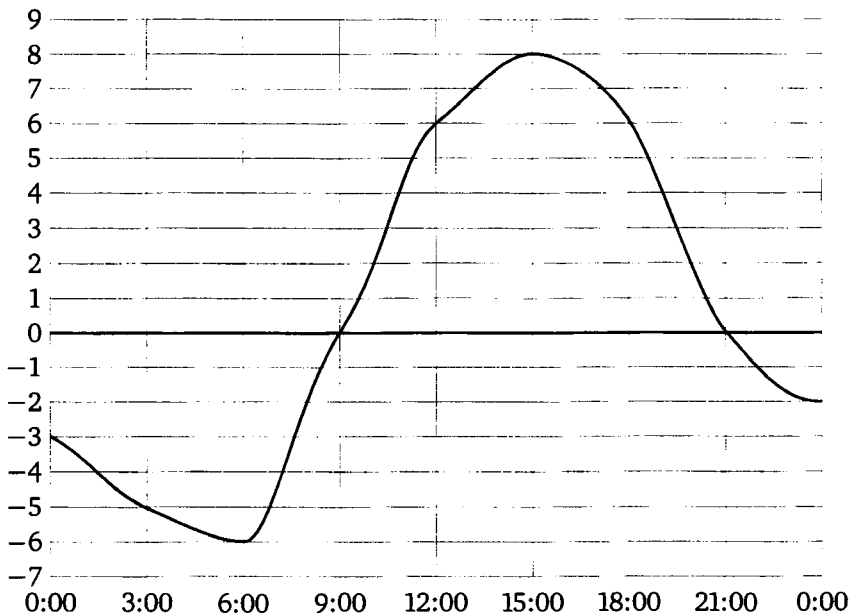
- 14) В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60—69	70—79
«4»	70—79	80—89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в феврале 65 слов за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

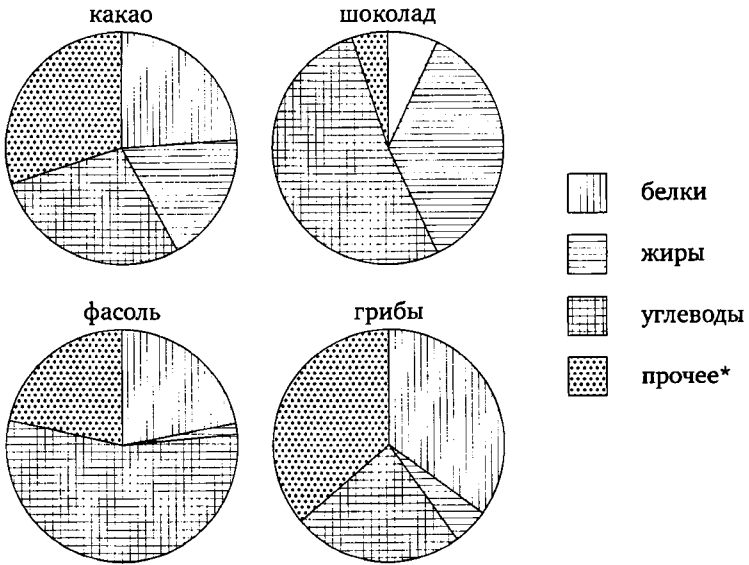
- 16 Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 3000 рублей. В марте он стал стоить 2790 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по март?

Ответ:

- 17 Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 550 м, затем повернул на север и прошёл 480 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ:

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание белков превышает 30%.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Стас, Денис, Костя, Маша, Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Ответ:

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t\text{ }^{\circ}\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t\text{ }^{\circ}\text{F}$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует 111° по шкале Цельсия?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 6x = 0$.
- 22** Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 1| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 16. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 7 и 6 касаются друг друга внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 и радиусом 14. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант 2

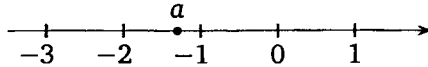
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $2,7 \cdot 1,5 + 0,15$.

Ответ:

- 2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

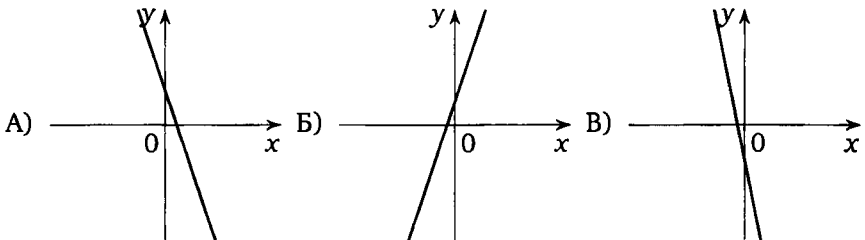
- 1) $-a < 1$ 2) $-2 - a > 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a + 4 < 0$
- 3 Укажите наибольшее из следующих чисел.
- 1) $\sqrt{35}$ 2) $2\sqrt{7}$ 3) 6 4) $\sqrt{7} + \sqrt{6}$

- 4 Решите уравнение $\frac{x+8}{3} + 3 = \frac{x}{6}$.

Ответ:

- 5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

Графики



Коэффициенты

1) $k < 0, b > 0$

3) $k > 0, b > 0$

2) $k > 0, b < 0$

4) $k < 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6 Дана арифметическая прогрессия $-19, -15, -11, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 81-м месте?

Ответ:

- 7 Найдите значение выражения $\frac{b^2 + 18b + 81}{b} : \left(\frac{9}{b} + 1\right)$ при $b = -\frac{11}{2}$.

Ответ:

- 8 Решите неравенство $x^2 \geq 289$.

1) $(-\infty; -17) \cup (17; +\infty)$

3) $(-17; 17)$

2) $(-\infty; -17] \cup [17; +\infty)$

4) $[-17; 17]$

Модуль «Геометрия»

- 9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 42° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

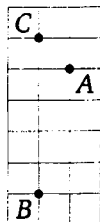
- 10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 18$, $\operatorname{tg} A = 3$. Найдите BC .

Ответ:

- 11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 54 и одна сторона на 3 больше другой.

Ответ:

- 12] На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ:

- 13] Укажите номера верных утверждений.

- 1) Любые две прямые имеют не менее одной общей точки.
- 2) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые перпендикулярны.
- 3) Если угол равен 38° , то смежный с ним равен 142° .

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

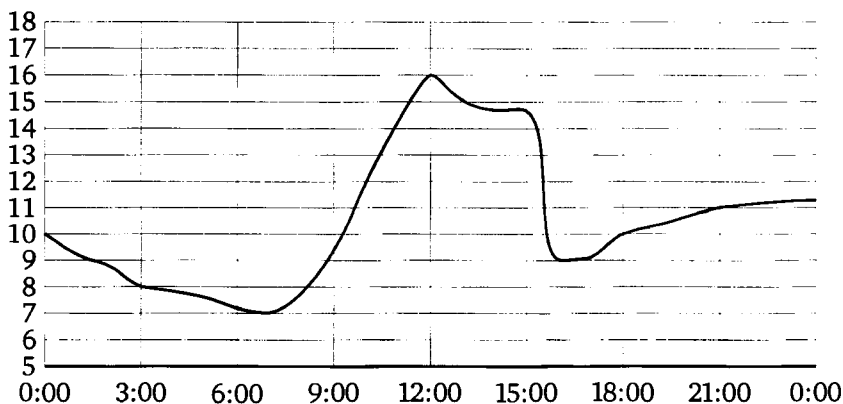
- 14] В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60—69	70—79
«4»	70—79	80—89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в сентябре 77 слов за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

- 15] На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

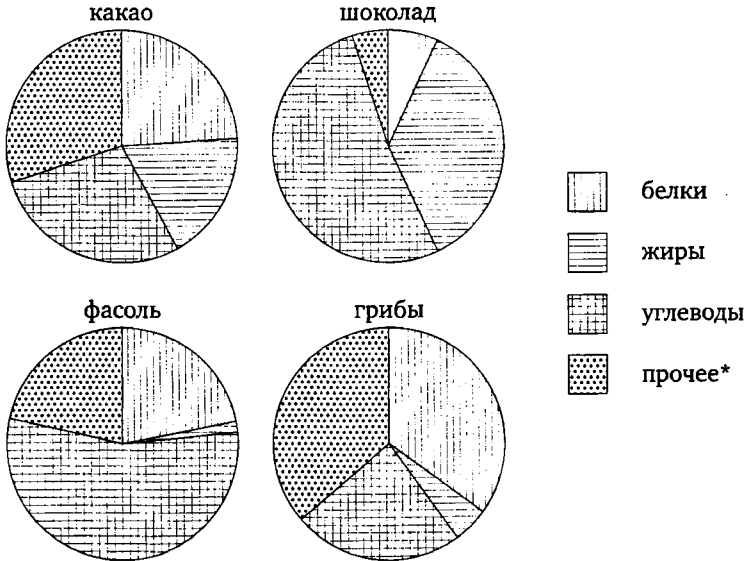
- 16] Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 3000 рублей. В апреле он стал стоить 2160 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по апрель?

Ответ:

- 17] Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 80 м, затем повернул на север и прошёл 150 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ:

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров превышает 25 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Оля, Алёша, Андрей, Миша, Марина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ:

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t \text{ }^\circ\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t \text{ }^\circ\text{F}$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует -9° по шкале Цельсия?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 8x = 0$.
- 22** Артём и Миша выполняют одинаковый тест. Артём отвечает за час на 15 вопросов теста, а Миша — на 18. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Артём закончил свой тест позже Миши на 56 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 2| - |x + 2| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 11. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр вписанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 5 и 2 касаются друг друга внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 и радиусом 10. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант 3

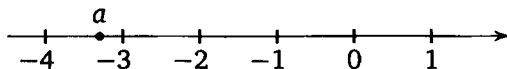
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1) Найдите значение выражения $5,4 \cdot 0,8 + 0,08$.

Ответ:

- 2) На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > 4$ 2) $-3 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} > 0$ 4) $a + 1 < 0$

- 3) Укажите наибольшее из следующих чисел.

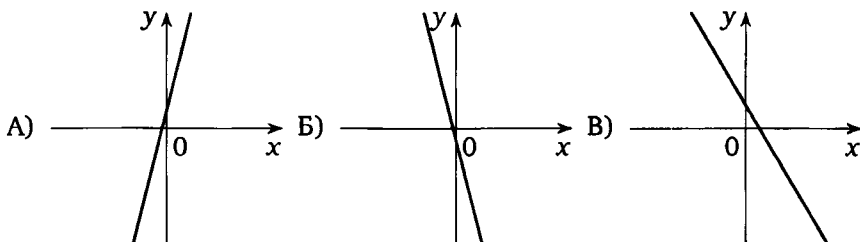
- 1) $\sqrt{15}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 3 4) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

- 4) Решите уравнение $\frac{x+1}{8} + 1 = \frac{x}{2}$.

Ответ:

- 5) На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

Графики



Коэффициенты

1) $k < 0, b < 0$

3) $k > 0, b < 0$

2) $k > 0, b > 0$

4) $k < 0, b > 0$

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6] Дана арифметическая прогрессия $-18, -11, -4, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 21-м месте?

Ответ:

- 7] Найдите значение выражения $\frac{27b^2 + 108b + 108}{b} : \left(\frac{6}{b} + 3\right)$ при $b = -\frac{4}{9}$.

Ответ:

- 8] Решите неравенство $x^2 > 529$.

1) $(-\infty; -23) \cup (23; +\infty)$

3) $(-23; 23)$

2) $(-\infty; -23] \cup [23; +\infty)$

4) $[-23; 23]$

Модуль «Геометрия»

- 9] Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 80° , угол CAD равен 54° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

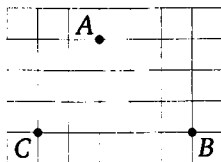
- 10] В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\operatorname{tg} A = 1,5$. Найдите BC .

Ответ:

- 11] Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна сторона на 5 больше другой.

Ответ:

- 12) На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ:

- 13) Укажите номера верных утверждений.

- 1) Любые три прямые имеют не более одной общей точки.
- 2) Если угол равен 120° , то смежный с ним равен 120° .
- 3) Если расстояние от точки до прямой больше 3, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше 3.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

- 14) В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

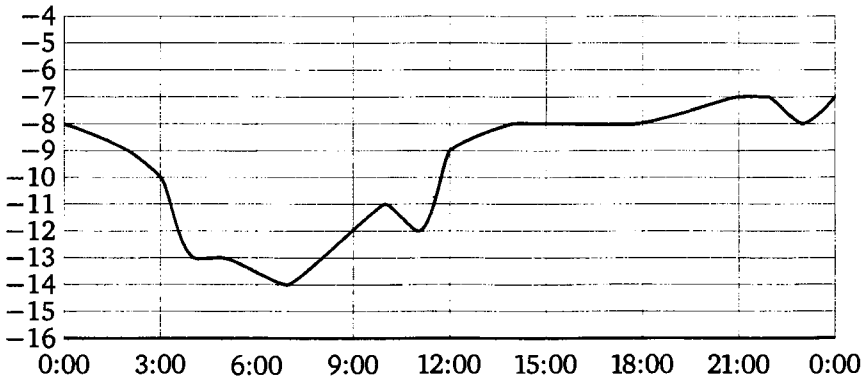
Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60—69	70—79
«4»	70—79	80—89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в ноябре 82 слова за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

Ответ:

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

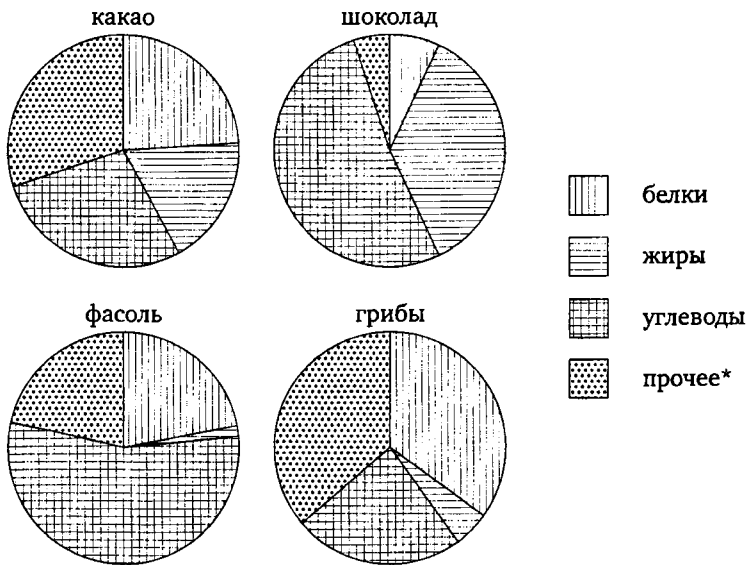
- 16 Поступивший в продажу в апреле мобильный телефон стоил 4000 рублей. В сентябре он стал стоить 2560 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с апреля по сентябрь?

Ответ:

- 17 Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 400 м, затем повернул на север и прошёл 90 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ:

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров находится в пределах от 15 % до 25 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ:

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t \text{ } ^\circ\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t \text{ } ^\circ\text{F}$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует 49° по шкале Цельсия?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$.
- 22** Костя и Руслан выполняют одинаковый тест. Костя отвечает за час на 19 вопросов теста, а Руслан — на 20. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Костя закончил свой тест позже Руслана на 9 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x + 1| - |x - 1| - x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 19. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и центр вписанной окружности треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг друга внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 и радиусом 7,5. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант 4

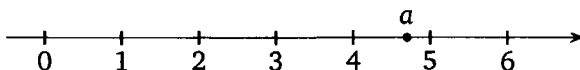
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $4,6 \cdot 3,4 - 0,34$.

Ответ:

- 2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -6$ 2) $5 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a - 7 > 0$

- 3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{22}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) $(\sqrt{6})^2$ 4) $\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{3}}$

- 4 Решите уравнение $3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}$.

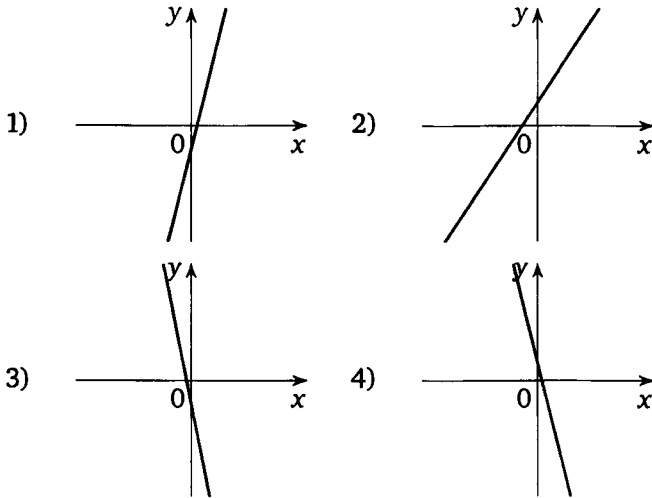
Ответ:

- 5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

Коэффициенты

- А) $k < 0, b < 0$ Б) $k > 0, b > 0$ В) $k > 0, b < 0$

Графики



Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6) Дана арифметическая прогрессия 8, 4, 0, ... Какое число стоит в этой последовательности на 7-м месте?

Ответ:

- 7) Найдите значение выражения $(a + \frac{1}{a} + 2) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = -5$.

Ответ:

- 8) Решите неравенство $x^2 + 23x \leq 0$.

- 1) $(-\infty; -23) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-23; 0)$
 2) $(-\infty; -23] \cup [0; +\infty)$ 4) $[-23; 0]$

Модуль «Геометрия»

- 9) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 19° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

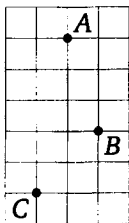
- 10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 20$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите AC .

Ответ:

- 11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 92, а отношение соседних сторон равно $3 : 20$.

Ответ:

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ:

- 13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Смежные углы равны.
- 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- 3) Если угол равен 108° , то вертикальный с ним равен 108° .

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

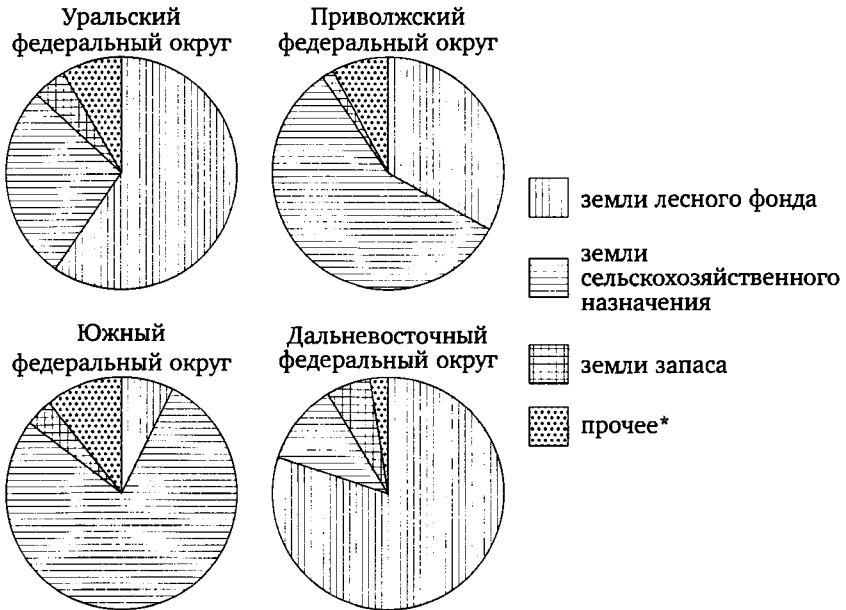
- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11—20	21—40	41—60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

- 17) Девочка прошла от дома по направлению на запад 340 м, затем повернула на север и прошла 60 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 420 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

Ответ:

- 18) На диаграмме показано распределение земель Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов по категориям. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель лесного фонда находится в пределах от 50 % до 75 %.



*Прочее — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) Уральский ФО
- 2) Приволжский ФО
- 3) Южный ФО
- 4) Дальневосточный ФО

- 19) Миша, Олег, Настя и Галя бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет Галя.

Ответ:

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (t °C) в шкалу Фаренгейта (t °F), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 6° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$.
- 22** Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 1|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Основания трапеции равны 9 и 15. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .
- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 2,5, 0,5 и 4,5 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант 5

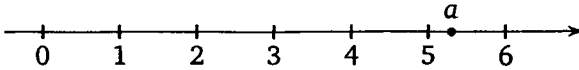
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $2,5 \cdot 3,5 - 0,35$.

Ответ:

- 2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -5$ 2) $6 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a - 3 > 0$

- 3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{22}$ 2) $2\sqrt{7}$ 3) $(\sqrt{7})^2$ 4) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

- 4 Решите уравнение $1 - \frac{x}{2} = \frac{x}{3}$.

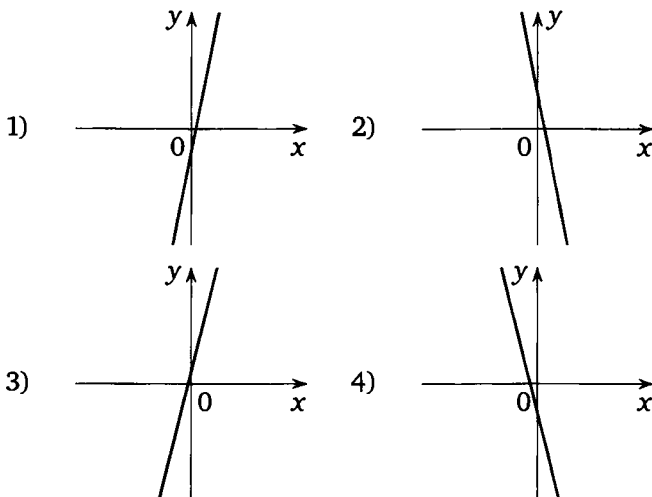
Ответ:

- 5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

Коэффициенты

- A) $k < 0, b > 0$ B) $k > 0, b > 0$ B) $k > 0, b < 0$

Графики



Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6) Дана арифметическая прогрессия 11, 7, 3, ... Какое число стоит в этой последовательности на 7-м месте?

Ответ:

- 7) Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{3} + \frac{3}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+3}$ при $a = 6$.

Ответ:

- 8) Решите неравенство $x^2 - 18x \geq 0$.

1) $(-\infty; 0) \cup (18; +\infty)$

3) $(0; 18)$

2) $(-\infty; 0] \cup [18; +\infty)$

4) $[0; 18]$

Модуль «Геометрия»

- 9) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 71° , угол CAD равен 61° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

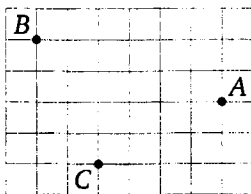
- 10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 18$, $\operatorname{tg} A = 3$. Найдите AC .

Ответ:

- 11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 60, а отношение соседних сторон равно 4 : 11.

Ответ:

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ:

- 13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 37° , то эти две прямые параллельны.
- 2) Через любые три точки проходит не более одной прямой.
- 3) Сумма вертикальных углов равна 180° .

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11—20	21—40	41—60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$.
- 22** Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 45 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 21 час. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Основания трапеции равны 16 и 34. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и точка пересечения высот H лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .
- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 1, 2 и 6 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант 6

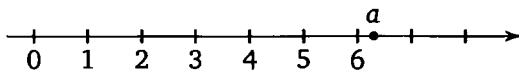
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $6,1 \cdot 8,3 - 0,83$.

Ответ:

- 2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -6$ 2) $9 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} > 0$ 4) $a - 8 > 0$

- 3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{24}$ 2) $3\sqrt{6}$ 3) $(\sqrt{6})^2$ 4) $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{2}}$

- 4 Решите уравнение $4 - \frac{x}{7} = \frac{x}{9}$.

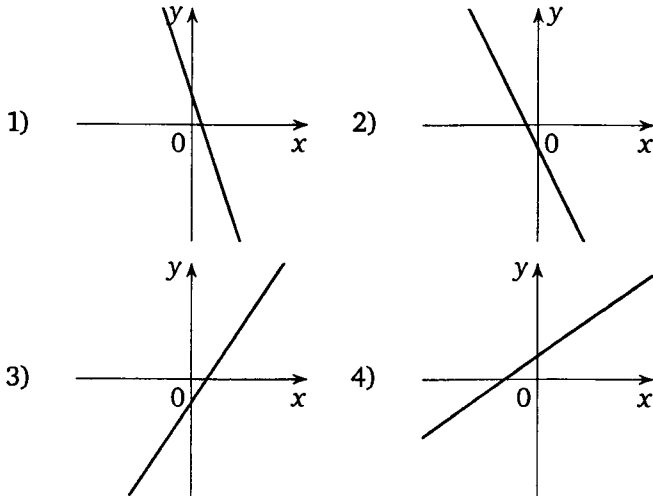
Ответ:

- 5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

Коэффициенты

- А) $k < 0, b > 0$ Б) $k < 0, b < 0$ В) $k > 0, b > 0$

Графики



Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- 6) Дана арифметическая прогрессия $-15, -8, -1, \dots$ Какое число стоит в этой последовательности на 6-м месте?

Ответ:

- 7) Найдите значение выражения $\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = 2$.

Ответ:

- 8) Решите неравенство $x^2 + 15x > 0$.

- 1) $(-\infty; -15) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-15; 0)$
 2) $(-\infty; -15] \cup [0; +\infty)$ 4) $[-15; 0]$

Модуль «Геометрия»

- 9) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 14° , угол CAD равен 30° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

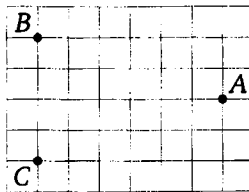
- 10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 12$, $\operatorname{tg} A = 1,5$. Найдите AC .

Ответ:

- 11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 102, а отношение соседних сторон равно 2 : 15.

Ответ:

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ:

- 13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если угол равен 47° , то смежный с ним равен 153° .
- 2) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
- 3) Через любую точку проходит ровно одна прямая.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11—20	21—40	41—60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$.
- 22** Две трубы наполняют бассейн за 57 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 19 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?
- 23** Постройте график функции $y = |x + 1| - |x - 1|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Основания трапеции равны 4 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , точка пересечения высот H и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .
- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 6, 1 и 7 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант 7

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Запишите номера верных равенств.

1) $2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

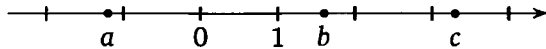
3) $1,75 - 2\frac{1}{3} = -\frac{7}{12}$

2) $\frac{11}{14} : 3\frac{1}{7} = 0,25$

4) $1,6 : \left(\frac{2}{3} : \frac{5}{6}\right) = 4$

Ответ:

2 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Значение какого из следующих выражений отрицательно?

1) $-a$

2) $a+c$

3) $b-c$

4) $c-a$

3 Представьте выражение $\frac{(c^{-3})^4}{c^{-17}}$ в виде степени с основанием c .

1) c^{18}

2) c^5

3) c^{-29}

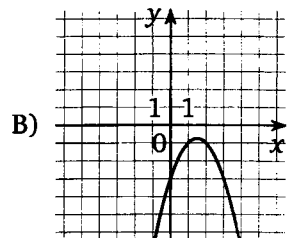
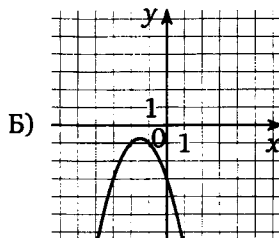
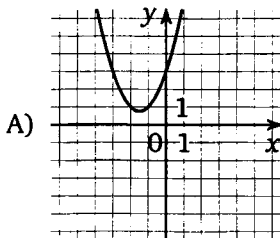
4) c^{-16}

4 Решите уравнение $-2(5-3x) = 7x+3$.

Ответ:

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

Графики



Функции

1) $y = x^2 + 3x + 3$

3) $y = -x^2 - 3x - 3$

2) $y = x^2 - 3x + 3$

4) $y = -x^2 + 3x - 3$

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6] Арифметическая прогрессия задана условиями $a_1 = -3, 1$, $a_{n+1} = a_n + 0, 9$. Найдите сумму первых 19 её членов.

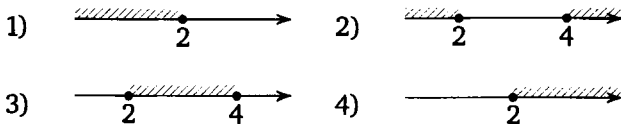
Ответ:

- 7] Найдите значение выражения $(2x + 3y)^2 - 3x\left(\frac{4}{3}x + 4y\right)$ при $x = -1, 038$, $y = \sqrt{3}$.

Ответ:

- 8] Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x - 3 \leq 5, \\ 7 - 3x \leq 1. \end{cases}$

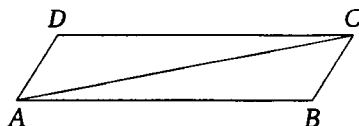
На каком из рисунков изображено множество её решений?



Ответ:

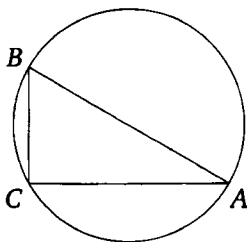
Модуль «Геометрия»

- 9] В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Угол DAC равен 47° , а угол CAB равен 11° . Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



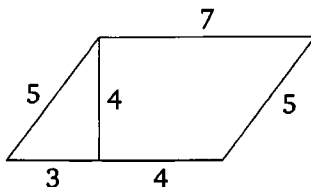
Ответ:

- 10** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 30$, $BC = 5\sqrt{13}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



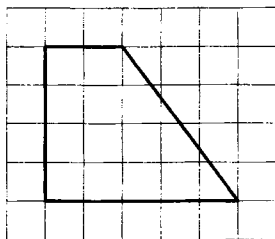
Ответ:

- 11** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ:

- 12** Найдите синус острого угла трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ:

- 13** Укажите номера верных утверждений.

- 1) Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.
- 2) Через любые две точки можно провести прямую.
- 3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.

Ответ:

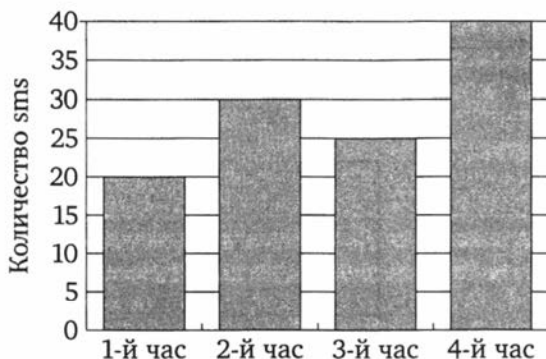
Модуль «Реальная математика»

- 14** В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для 11 класса.

	Мальчики	Мальчики	Мальчики	Девочки	Девочки	Девочки
Отметка	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Дальность (в см)	200	220	230	155	170	185

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший на 215 см?

- 1) неудовлетворительно 3) «4»
 2) «3» 4) «5»
- 15** На диаграмме показано количество SMS, присланных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за последние два часа программы по сравнению с первыми двумя часами этой программы.



Ответ:

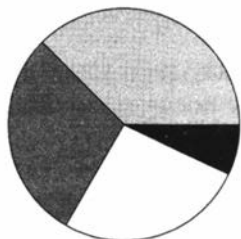
- 16** На многопредметной олимпиаде $\frac{1}{7}$ всех участников получили дипломы, $\frac{3}{11}$ остальных участников были награждены похвальными грамотами, а остальные 144 человека получили сертификаты об участии. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ:

- 17) Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

Ответ:

- 18) В математические кружки города ходят школьники 5—8 классов. Распределение участников математических кружков представлено в круговой диаграмме.



- 5-й класс
- 6-й класс
- 7-й класс
- 8-й класс

Какое утверждение относительно участников кружков верно, если всего их посещают 354 школьника?

- 1) в кружки не ходят пятиклассники
 - 2) восьмиклассников ходит больше, чем семиклассников
 - 3) больше половины участников кружков учатся не в седьмом классе
 - 4) шестиклассников меньше 88 человек
- 19) Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда А должна сыграть два матча — с командой В и с командой С. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда А.

Ответ:

- 20) Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 45 м/с^2 .

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Упростите выражение $\frac{3x^2 + 4x}{x^2 - 2x} - \frac{2x + 7}{x} - \frac{x + 8}{x - 2}$.
- 22 Расстояние от города до посёлка равно 120 км. Из города в посёлок выехал автобус. Через час после этого вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого на 10 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса (в км/ч), если известно, что в пути он сделал остановку на 24 минуты, а в посёлок автомобиль и автобус прибыли одновременно.
- 23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1, \end{cases}$$

и найдите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y = a$.

Модуль «Геометрия»

- 24 В треугольнике ABC угол C равен 90° , радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 12$.
- 25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.
- 26 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC . К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE . Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Вариант 8

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Укажите выражения, значения которых равны 0,25.

1) $2,5 - \frac{9}{4}$

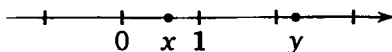
3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7} : 1\frac{5}{7}$

2) $36 : 54$

4) $\frac{34}{3} - 2,75 : 11$

Ответ:

2 На координатной прямой отмечены точки x и y .



Какое из следующих неравенств верно?

1) $-x < -y$

2) $x - y \geq 0$

3) $1 - x > y$

4) $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

3 Укажите наибольшее из чисел.

1) $\sqrt{19}$

3) 6

2) $3\sqrt{7}$

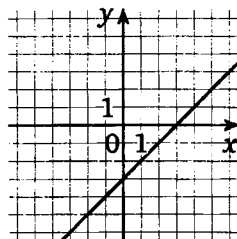
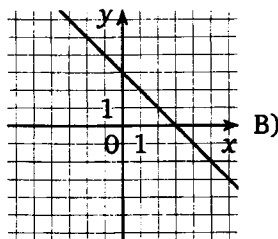
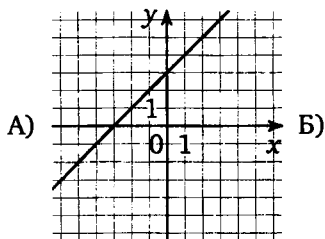
4) $2\sqrt{7} + \sqrt{8}$

4 Решите уравнение $(x + 2)^2 = (x - 4)^2$.

Ответ:

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

Графики



Функции

1) $y = x + 3$

3) $y = 3 - x$

2) $y = x - 3$

4) $y = -3 - x$

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 6) Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 2, а $b_1 = -\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

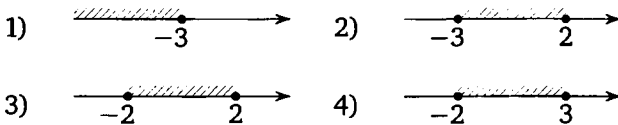
Ответ:

- 7) Найдите значение выражения $\frac{a(b-3a)^2}{3a^2-ab} - 3a$ при $a=2,18$, $b=-5,6$.

Ответ:

- 8) Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 \leq 4, \\ x + 3 \geq 0. \end{cases}$

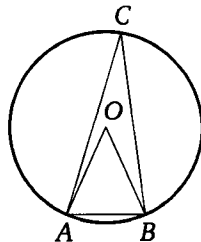
На каком из рисунков изображено множество её решений?



Ответ:

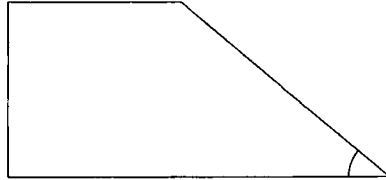
Модуль «Геометрия»

- 9) Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Найдите градусную меру угла C треугольника ABC , если угол AOB равен 48° .



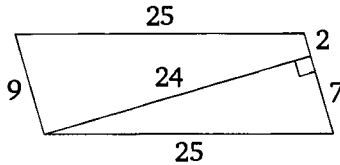
Ответ:

- 10** Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{5}{6}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 15.



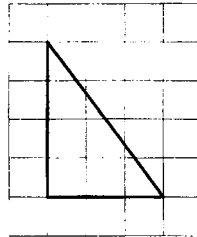
Ответ:

- 11** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ:

- 12** На рисунке изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину медианы треугольника, проведённую из вершины прямого угла.



Ответ:

- 13** Укажите номера верных утверждений.

- 1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
- 2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

- 14** В таблице даны результаты олимпиад по истории и обществознанию в 10 «А» классе.

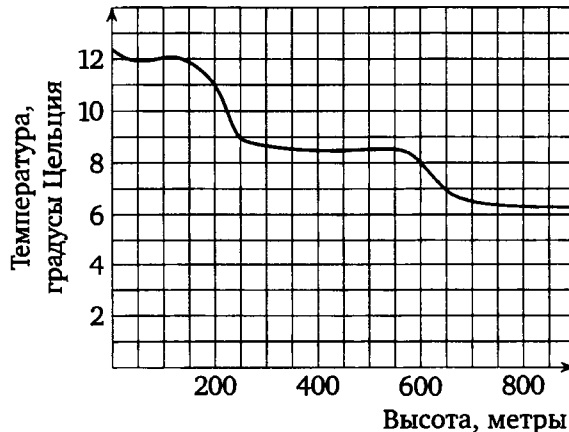
Номер ученика	Балл по истории	Балл по обществознанию
5005	45	76
5006	34	23
5011	67	56
5015	78	67
5018	59	79
5020	46	32
5025	54	76
5027	95	88
5029	46	72
5032	83	45
5041	48	66
5042	28	24
5043	63	67
5048	92	83
5054	38	64

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 130 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 70 баллов.

Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 60 баллов по истории, получают похвальные грамоты?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

- 15** На рисунке изображена зависимость температуры (в градусах Цельсия) от высоты (в метрах) над уровнем моря.



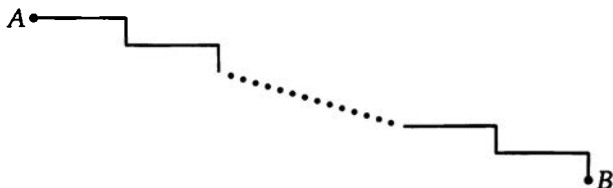
Определите по графику, на сколько градусов температура на высоте 200 метров выше, чем на высоте 650 метров.

Ответ:

- 16** На складе есть коробки с ручками двух цветов: чёрные и синие. Коробок с чёрными ручками 4, с синими — 11. Сколько всего ручек на складе, если чёрных ручек 640, коробки одинаковые и в каждой коробке находятся ручки только одного цвета?

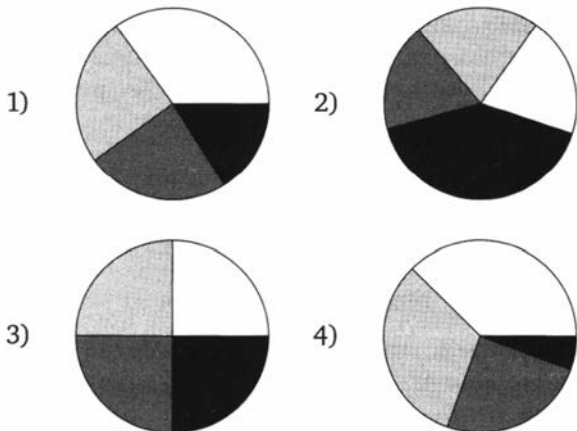
Ответ:

- 17** Лестница соединяет точки A и B и состоит из 35 ступеней. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).



Ответ:

- 18** Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение оценок по контрольной работе по математике в 8-х классах школы, если из всех оценок в классе пятёрок примерно 35 %, четвёрок — примерно 25 %, а троек — примерно 23 %?



- 19 На экзамене по биологии школьнику достаётся один случайно выбранный вопрос из списка. Вероятность того, что этот вопрос на тему «Членистоногие», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Ботаника», равна 0,45. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ:

- 20 Из закона всемирного тяготения $F = G \frac{mM}{r^2}$ выразите массу m и найдите её величину (в килограммах), если $F = 13,4$ Н, $r = 5$ м, $M = 5 \cdot 10^9$ кг и гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21—26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Сократите дробь $\frac{2^{n+2} \cdot 21^{n+3}}{6^{n+1} \cdot 7^{n+2}}$.
- 22 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?
- 23 Найдите наибольшее значение выражения $\frac{x^3 - y}{x^2 + 1} - \frac{x^2 y - x}{x^2 + 1}$, если x и y связаны соотношением $y = x^2 + x - 4$.

Модуль «Геометрия»

- 24 В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B провели высоту BE к стороне AD , причём $AE = ED$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если угол A равен 60° , а $BE = 3\sqrt{3}$.

- 25** Окружность касается стороны AB треугольника ABC , у которого $\angle C = 90^\circ$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.
- 26** Биссектриса угла M треугольника MNK делит медиану NN_1 в отношении $3 : 7$, считая от вершины N . В каком отношении, считая от вершины K , эта биссектриса делит медиану KK_1 ?

Система оценивания экзаменационной работы по математике (часть 1)

За правильный ответ на задание с выбором ответа и с кратким ответом ставится 1 балл. Задание с выбором ответа считается выполненными верно, если указан номер верного ответа. Если указаны два и более ответов (в том числе правильный), неверный ответ или ответ отсутствует, ставится 0 баллов.

Ответы к заданиям

№ задания	Ответы к варианту 1	Ответы к варианту 2	Ответы к варианту 3	Ответы к варианту 4
1	3,6	4,2	4,4	15,3
2	2	3	4	1
3	3	3	1	4
4	-20	-34	3	6,3
5	134	134	214	321
6	-386	301	122	-16
7	1	3,5	14	0,8
8	3	2	1	4
9	54	7	26	54
10	10	54	18	40
11	120	180	204	240
12	2	1	3	4
13	12	3	13	3
14	1	3	4	4
15	8	16	-7	-6
16	7	28	36	28
17	730	170	410	100
18	4	2	1	1
19	0,2	0,6	0,5	0,25
20	231,8	15,8	120,2	-14,4

№ задания	Ответы к варианту 5	Ответы к варианту 6	Ответы к варианту 7	Ответы к варианту 8
1	8,4	49,8	23	13
2	4	3	3	4
3	3	2	2	4
4	1,2	15,75	-13	1
5	231	124	134	132
6	-13	20	95	-47,25
7	0,5	1,5	27	5,6
8	2	1	3	3
9	132	44	122	24
10	6	8	17,5	33
11	176	270	28	216
12	5	6	0,8	2,5
13	12	2	23	3
14	2	3	2	4
15	7	-14	15	4
16	20	6,25	231	2400
17	820	1020	390	17,5
18	2	4	3	1
19	0,75	0,2	0,25	0,6
20	70	117,8	5	1000

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом (часть 2)

Вариант 1

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 6x = 0$.

Решение. Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 - 5x - 6) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 - 5x - 6 = 0$ имеет корни -1 и 6 .

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -1$, $x = 0$ и $x = 6$.

Ответ: -1 ; 0 ; 6 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение. Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем

$$\frac{x}{12} - \frac{x}{22} = \frac{5}{4}, \quad \frac{5x}{132} = \frac{5}{4}, \quad \text{откуда находим } x = 33.$$

Ответ: 33.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции

$$y = |x - 1| - |x + 1| + x$$

и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

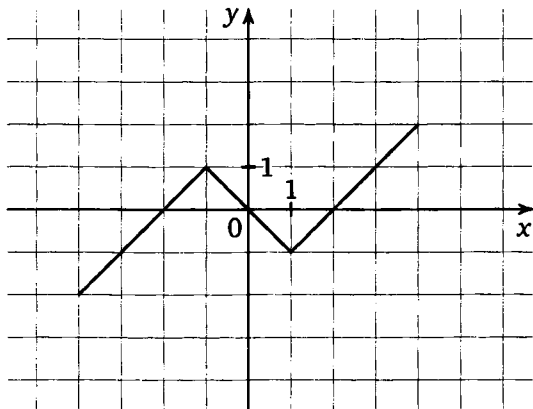
Решение. Раскрывая модули, получаем, что

при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = x - 2$,

при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = -x$,

а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = x + 2$.

График изображён на рисунке.



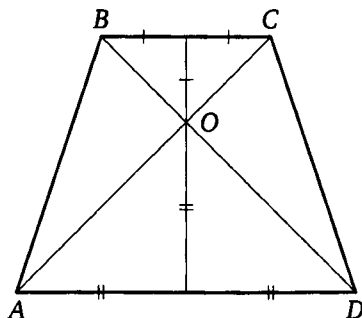
Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 16. Найдите её среднюю линию.



Решение. Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .

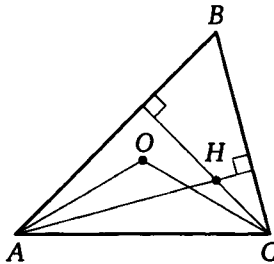
Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высоты равны средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

Ответ: 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство. Обозначим центр описанной окружности треугольника ABC через O , а точку пересечения высот через H .



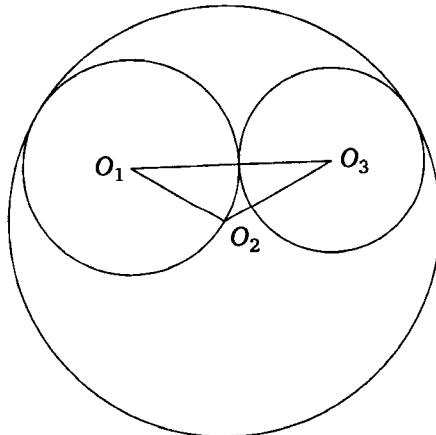
Тогда $\angle AOC = 2\angle ABC = 120^\circ$ и $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$. Таким образом, точки A, C, O и H лежат на одной окружности.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 7 и 6 касаются друг друга внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 и радиусом 14. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение. Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:

$$O_1O_2 = 7, \quad O_2O_3 = 8, \quad O_1O_3 = 13.$$



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3;$$
$$169 = 49 + 64 - 112 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 2

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 8x = 0$.

Решение. Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 + 2x - 8) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 + 2x - 8 = 0$ имеет корни -4 и 2 .

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -4$, $x = 0$ и $x = 2$.

Ответ: -4 ; 0 ; 2 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Артём и Миша выполняют одинаковый тест. Артём отвечает за час на 15 вопросов теста, а Миша — на 18. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Артём закончил свой тест позже Миши на 56 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение. Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем

$$\frac{x}{15} - \frac{x}{18} = \frac{14}{15}; \quad \frac{x}{90} = \frac{14}{15},$$

откуда находим $x = 84$.

Ответ: 84.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции

$$y = |x - 2| - |x + 2| + x$$

и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

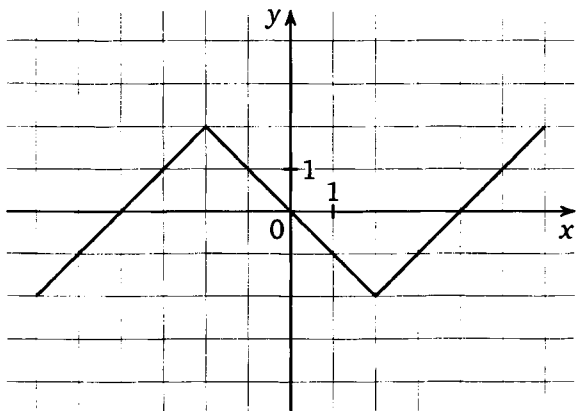
Решение. Раскрывая модули, получаем, что

при $x \geq 2$ функция принимает вид $y = x - 4$,

при $-2 < x < 2$ функция принимает вид $y = -x$,

а при $x \leq -2$ функция принимает вид $y = x + 4$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

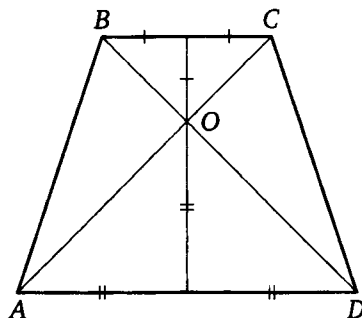
Ответ: $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 11. Найдите её среднюю линию.

Решение. Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .



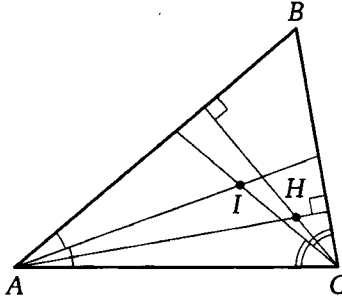
Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высоты равны средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

Ответ: 11.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр вписанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство. Обозначим центр вписанной окружности треугольника ABC через I , а точку пересечения высот через H .



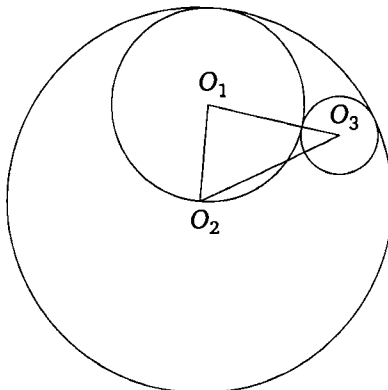
Тогда $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} = 120^\circ$, а $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$. Таким образом, точки A, C, I и H лежат на одной окружности.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 5 и 2 касаются друг друга внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 и радиусом 10. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение. Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:

$$O_1O_2 = 5, \quad O_2O_3 = 8, \quad O_1O_3 = 7.$$



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3;$$
$$49 = 25 + 64 - 80 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 3

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$.

Решение. Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 - 2x - 15) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 - 2x - 15 = 0$ имеет корни -3 и 5 .

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -3$, $x = 0$ и $x = 5$.

Ответ: -3 ; 0 ; 5 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

22 Костя и Руслан выполняют одинаковый тест. Костя отвечает за час на 19 вопросов теста, а Руслан — на 20. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Костя закончил свой тест позже Руслана на 9 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение. Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем

$$\frac{x}{19} - \frac{x}{20} = \frac{3}{20}; \quad \frac{x}{380} = \frac{3}{20},$$

откуда находим $x = 57$.

Ответ: 57.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

23 Постройте график функции

$$y = |x + 1| - |x - 1| - x$$

и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

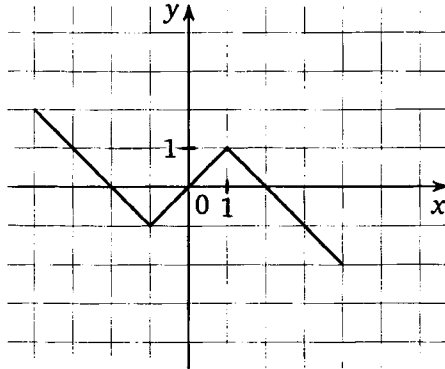
Решение. Раскрывая модули, получаем, что

при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = 2 - x$,

при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = x$,

а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = -x - 2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.

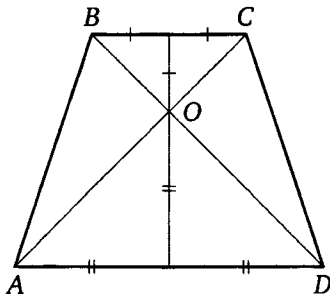
Ответ: $k \in (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 19. Найдите её среднюю линию.

Решение. Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .



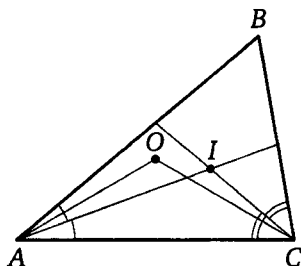
Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высоты равны средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

Ответ: 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и центр вписанной окружности треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство. Обозначим центр описанной окружности треугольника ABC через O , а центр вписанной окружности через I .



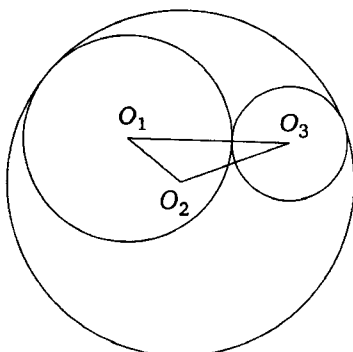
Тогда $\angle AOC = 2\angle ABC = 120^\circ$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} = 120^\circ$. Таким образом, точки A, C, O и I лежат на одной окружности.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг друга внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 и радиусом 7,5. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение. Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:

$$O_1O_2 = 3, \quad O_2O_3 = 5, \quad O_1O_3 = 7.$$



По теореме косинусов

$$\begin{aligned}O_1O_3^2 &= O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; \\49 &= 9 + 25 - 30 \cos \angle O_1O_2O_3,\end{aligned}$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 4

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$.

Решение. Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 - 5t - 6 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -1$ и $t = 6$.

Уравнение $x^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 6$ имеет корни $-\sqrt{6}$ и $\sqrt{6}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{6}$ и $x = \sqrt{6}$.

Ответ: $-\sqrt{6}; \sqrt{6}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение. По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{540}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{378}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{378} - \frac{1}{540} = \frac{1}{1260}$ часть бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 21 час.

Ответ: 21.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции

$$y = |x - 1| - |x + 1|$$

и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

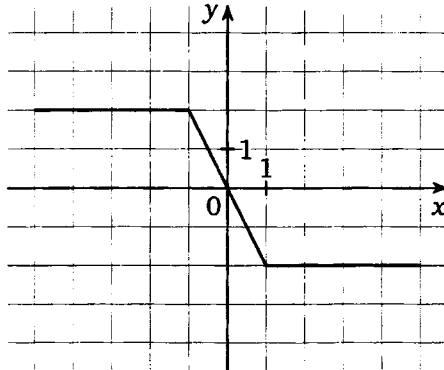
Решение. Раскрывая модули, получаем, что

при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = -2$,

при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = -2x$,

а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = 2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

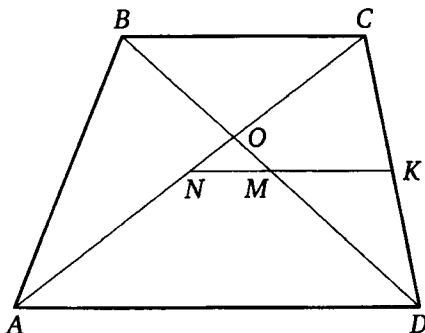
Ответ: $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24] Основания трапеции равны 9 и 15. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение. Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC = 9$, $AD = 15$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



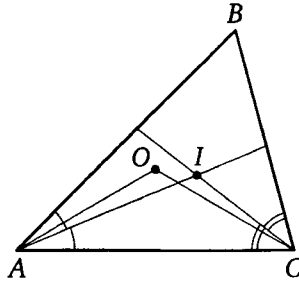
Тогда NK — средняя линия треугольника ACD , MK — средняя линия треугольника BKD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 3$.

Ответ: 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

- 25] В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство. В треугольнике ABC имеем $\angle AOC = 2\angle ABC$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$.



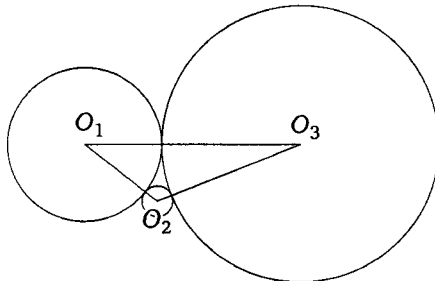
Таким образом, $2\angle ABC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 2,5, 0,5 и 4,5 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение. Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:

$$O_1O_2 = 3, \quad O_2O_3 = 5, \quad O_1O_3 = 7.$$



По теореме косинусов

$$\begin{aligned}O_1O_3^2 &= O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; \\49 &= 9 + 25 - 30 \cos \angle O_1O_2O_3,\end{aligned}$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 5

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$.

Решение. Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 + 2t - 8 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -4$ и $t = 2$.

Уравнение $x^2 = -4$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 2$ имеет корни $-\sqrt{2}$ и $\sqrt{2}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{2}$ и $x = \sqrt{2}$.

Ответ: $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 45 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 21 час. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение. По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1260}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{525}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{525} - \frac{1}{1260} = \frac{1}{900}$ часть бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 15 часов.

Ответ: 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 23** Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

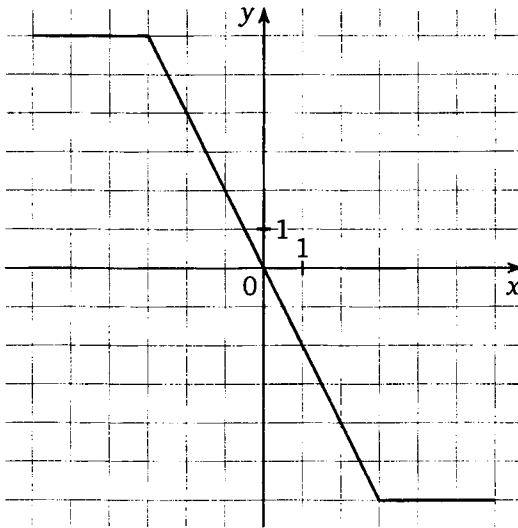
Решение. Раскрывая модули, получаем, что

при $x \geq 3$ функция принимает вид $y = -6$,

при $-3 < x < 3$ функция принимает вид $y = -2x$,

а при $x \leq -3$ функция принимает вид $y = 6$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

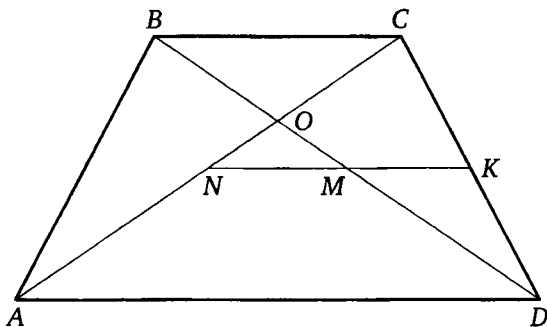
Ответ: $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** Основания трапеции равны 16 и 34. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение. Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC = 16$, $AD = 34$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



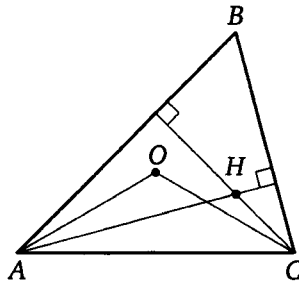
Тогда NK — средняя линия треугольника ACD , MK — средняя линия треугольника BCD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 9$.

Ответ: 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

- 25** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и точка пересечения высот H лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство. В треугольнике ABC имеем $\angle AOC = 2\angle ABC$, а $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$.



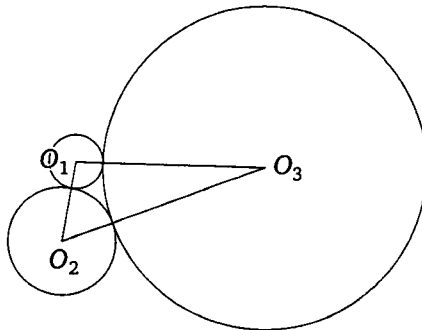
Таким образом, $2\angle ABC = 180^\circ - \angle ABC$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 1, 2 и 6 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение. Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:

$$O_1O_2 = 3, \quad O_2O_3 = 8, \quad O_1O_3 = 7.$$



По теореме косинусов

$$\begin{aligned}O_1O_3^2 &= O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; \\49 &= 9 + 64 - 48 \cos \angle O_1O_2O_3,\end{aligned}$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 6

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$.

Решение. Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 - 2t - 15 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -3$ и $t = 5$.

Уравнение $x^2 = -3$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 5$ имеет корни $-\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{5}$ и $x = \sqrt{5}$.

Ответ: $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 57 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 19 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение. По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1140}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{57}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{57} - \frac{1}{1140} = \frac{1}{60}$ часть бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 1 час.

Ответ: 1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции

$$y = |x + 1| - |x - 1|$$

и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

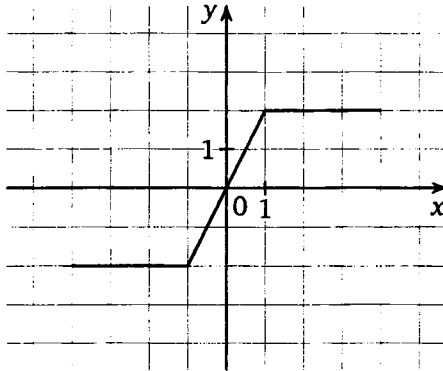
Решение. Раскрывая модули, получаем, что

при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = 2$,

при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = 2x$,

а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = -2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$.

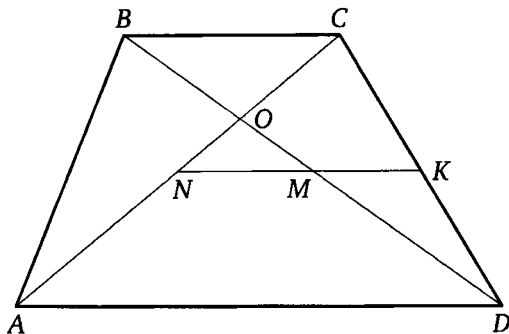
Ответ: $k \in (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24] Основания трапеции равны 4 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение. Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC = 4$, $AD = 9$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



Тогда NK — средняя линия треугольника ACD , MK — средняя линия треугольника BKD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 2,5$.

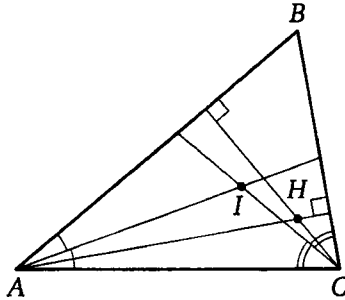
Ответ: 2,5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

- 25] В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , точка пересечения высот H и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство. В треугольнике ABC имеем

$$\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC, \quad \text{а} \quad \angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}.$$



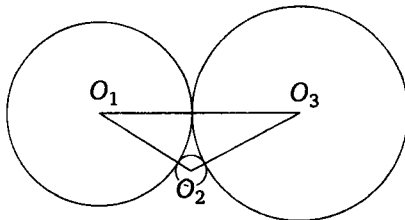
Таким образом, $180^\circ - \angle ABC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 6, 1 и 7 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение. Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:

$$O_1O_2 = 7, \quad O_2O_3 = 8, \quad O_1O_3 = 13.$$



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3;$$
$$169 = 49 + 64 - 112 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 7

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\frac{3x^2+4x}{x^2-2x} - \frac{2x+7}{x} - \frac{x+8}{x-2}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{3x^2+4x}{x^2-2x} - \frac{2x+7}{x} - \frac{x+8}{x-2} &= \\ &= \frac{3x^2+4x-2x^2-3x+14-x^2-8x}{x(x-2)} = \frac{-7x+14}{x(x-2)} = -\frac{7}{x}. \end{aligned}$$

Ответ: $-\frac{7}{x}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

- 22** Расстояние от города до посёлка равно 120 км. Из города в посёлок выехал автобус. Через час после этого вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого на 10 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса (в км/ч), если известно, что в пути он сделал остановку на 24 минуты, а в посёлок автомобиль и автобус прибыли одновременно.

Решение. Пусть скорость автобуса x км/ч. Тогда с учётом остановки он находился в пути $\frac{120}{x} + \frac{2}{5}$ часов. Скорость автомобиля $x + 10$ км/ч, следовательно, он находился в пути $\frac{120}{x+10}$ часов. Поскольку автомобиль выехал из города на час позже, а в посёлок автомобиль и автобус приехали одновременно, получаем уравнение

$$\frac{120}{x+10} + 1 = \frac{120}{x} + \frac{2}{5}.$$

Решим уравнение:

$$\begin{aligned} 120\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10}\right) &= \frac{3}{5}; & \frac{2000}{x(x+10)} &= 1; & \frac{x^2+10x-2000}{x(x+10)} &= 0; \\ \frac{(x-40)(x+50)}{x(x+10)} &= 0; & x &= 40 & \text{или} & x = -50. \end{aligned}$$

Отбрасывая постороннее решение -50 , получаем, что скорость автобуса равна 40 км/ч.

Ответ: 40 км/ч.

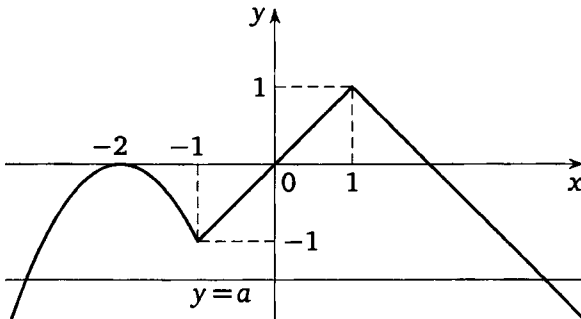
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1, \end{cases}$$

и найдите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y = a$.

Решение. Построим график функции $y = -x^2 - 4x - 4$ на промежутке $(-\infty; -1)$, график функции $y = x$ на промежутке $[-1; 1]$ и график функции $y = 2 - x$ на промежутке $(1; +\infty)$.



Прямая $y = a$ имеет с построенным графиком ровно две общие точки при $a < -1$ и при $0 < a < 1$.

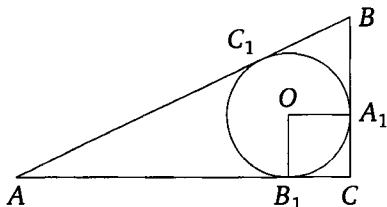
Ответ: $a < -1, 0 < a < 1$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

- 24** В треугольнике ABC угол C равен 90° , радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 12$.

Решение. Пусть A_1 , B_1 и C_1 — точки касания вписанной окружности со сторонами BC , AC и AB соответственно. Радиус вписанной окружности обозначим r . Тогда $AC_1 = AB_1$, $BC_1 = BA_1$ и $CA_1 = CB_1 = r$. Периметр треугольника ABC равен $2AC_1 + 2BC_1 + 2CA_1 = 2AB + 2r$. Полупериметр p равен $AB + r$.



По формуле площади треугольника находим

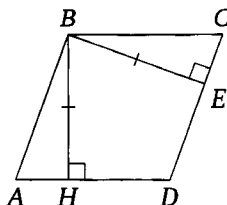
$$S = p \cdot r = (AB + r) \cdot r = 28.$$

Ответ: 28.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

- 25** В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

Доказательство. Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, опущенную на эту сторону.



Тогда, с одной стороны, $S = AD \cdot BH$, а с другой стороны, $S = CD \cdot BE$. Поскольку $BH = BE$, получаем, что $AD = CD$. Следовательно, все стороны параллелограмма равны, а значит, $ABCD$ — ромб. \square

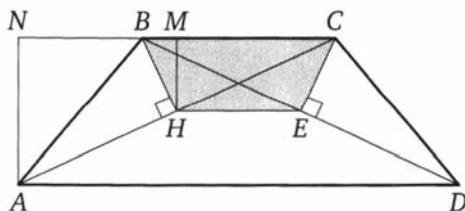
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

- 26** В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC . К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE . Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Решение. По свойству равнобедренной трапеции $AC = BD$, следовательно, треугольники ABC и DCB равны. Так как $AB = BC = CD$, треугольники ABC и DCB равнобедренные, следовательно, BH и CE — соответствующие медианы этих треугольников. Значит,

$$AH = HC = BE = ED.$$

Отрезок HE соединяет середины диагоналей трапеции, следовательно, $HE = \frac{AD - BC}{2}$, и прямые HE , AD и BC параллельны, поэтому $BCEH$ — трапеция. Проведём HM — высоту трапеции $BCEH$ и AN — высоту трапеции $ABCD$. Прямоугольные треугольники ANC и HMC подобны, значит, $HM = AN \cdot \frac{HC}{AC} = AN \cdot \frac{HC}{2HC} = \frac{AN}{2}$.



Площадь трапеции $ABCD$:

$$S_1 = \frac{1}{2} AN \cdot (AD + BC).$$

Площадь трапеции $ВСЕН$:

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2}HM \cdot (BC + HE) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AN \cdot \left(BC + \frac{AD - BC}{2}\right) = \\
 &= \frac{1}{8}AN \cdot (AD + BC) = \frac{1}{4}S_1 = 9.
 \end{aligned}$$

Ответ: 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Вариант 8

Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\frac{2^{n+2} \cdot 21^{n+3}}{6^{n+1} \cdot 7^{n+2}}$.

Решение.

$$\begin{aligned}\frac{2^{n+2} \cdot 21^{n+3}}{6^{n+1} \cdot 7^{n+2}} &= \frac{2^{n+2} \cdot 3^{n+3} \cdot 7^{n+3}}{2^{n+1} \cdot 3^{n+1} \cdot 7^{n+2}} = \\ &= 2^{n+2-(n+1)} \cdot 3^{n+3-(n+1)} \cdot 7^{n+3-(n+2)} = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126.\end{aligned}$$

Ответ: 126.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

Решение. Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту, тогда первая труба пропускает $x - 2$ литра в минуту. Вторая труба заполняет резервуар объёмом 130 литров за $\frac{130}{x}$ минут. Поскольку первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров за $\frac{136}{x-2}$ минут, что по условию задачи на 4 минуты больше, чем $\frac{130}{x}$, получаем уравнение:

$$\frac{136}{x-2} - \frac{130}{x} = 4.$$

Решим уравнение:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x-2)} = 0; \quad \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x-2)} = 0;$$

$$\frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)} = 0, \quad x = 10 \quad \text{или} \quad x = -6,5.$$

Отбрасывая постороннее решение $-6,5$, получаем, что вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

Ответ: 10 литров в минуту.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{x^3 - y}{x^2 + 1} - \frac{x^2 y - x}{x^2 + 1},$$

если x и y связаны соотношением $y = x^2 + x - 4$.

Решение. Преобразуем выражение:

$$\frac{x^3 - y}{x^2 + 1} - \frac{x^2 y - x}{x^2 + 1} = \frac{x^3 - y - x^2 y + x}{x^2 + 1} = \frac{(x - y)(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = x - y.$$

С учётом дополнительного условия выражение принимает вид

$$x - x^2 - x + 4 = 4 - x^2.$$

Полученное выражение не превосходит 4 и достигает наибольшего значения 4 при $x = 0$.

Ответ: 4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наибольшее значение выражения.	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

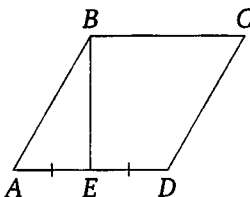
Модуль «Геометрия»

- 24** В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B провели высоту BE к стороне AD , причём $AE = ED$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если угол A равен 60° , а $BE = 3\sqrt{3}$.

Решение. В прямоугольном треугольнике ABE находим

$$AE = \frac{BE}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 3.$$

Значит, $AD = 6$.



По формуле площади параллелограмма

$$S = AD \cdot BE = 6 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}.$$

Ответ: $18\sqrt{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

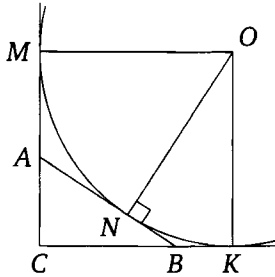
- 25** Окружность касается стороны AB треугольника ABC , у которого $\angle C = 90^\circ$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

Доказательство. Пусть O — центр окружности, d — её диаметр, а M , N и K — точки касания окружности с прямыми AC , AB и BC соответственно.

Радиус OM перпендикулярен AC , а OK перпендикулярен BC . Следовательно, в четырёхугольнике $OMCK$ имеем

$$\angle C = \angle M = \angle K = 90^\circ,$$

а значит, $OMCK$ — прямоугольник. Поскольку $OM = OK$, прямоугольник $OMCK$ — квадрат. Следовательно, $MC = MO = \frac{d}{2}$.



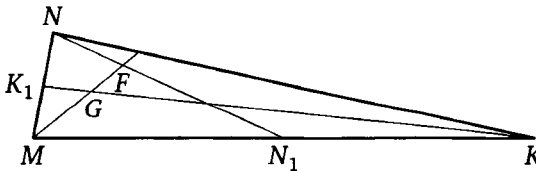
Отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны: $AM = AN$, $BN = BK$ и $CM = CK$. Периметр треугольника ABC равен

$$\begin{aligned} P &= AB + BC + AC = AC + AN + BN + BC = \\ &= AC + AM + BK + BC = MC + CK = 2MC = d. \end{aligned} \quad \square$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

- 26** Биссектриса угла M треугольника MNK делит медиану NN_1 в отношении $3 : 7$, считая от вершины N . В каком отношении, считая от вершины K , эта биссектриса делит медиану KK_1 ?

Решение. Пусть F — точка пересечения биссектрисы угла M и медианы NN_1 .



В треугольнике MNN_1 по свойству биссектрисы $\frac{MN}{MN_1} = \frac{NF}{FN_1} = \frac{3}{7}$.
Поскольку $MN_1 = \frac{MK}{2}$, получаем, что $\frac{2MN}{MK} = \frac{3}{7}$, откуда $\frac{MN}{MK} = \frac{3}{14}$.

Пусть G — точка пересечения биссектрисы угла M треугольника MNK и его медианы KK_1 .

В треугольнике MKK_1 по свойству биссектрисы $\frac{KG}{GK_1} = \frac{MK}{MK_1}$. Поскольку $MK_1 = \frac{MN}{2}$, получаем, что $\frac{KG}{GK_1} = \frac{2MK}{MN} = 2 \cdot \frac{14}{3} = \frac{28}{3}$.

Ответ: 28 : 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Содержание

Инструкция по выполнению работы	3
Вариант 1	5
Часть 1	5
Часть 2	10
Вариант 2	11
Часть 1	11
Часть 2	16
Вариант 3	17
Часть 1	17
Часть 2	22
Вариант 4	23
Часть 1	23
Часть 2	28
Вариант 5	29
Часть 1	29
Часть 2	34
Вариант 6	35
Часть 1	35
Часть 2	40
Вариант 7	41
Часть 1	41
Часть 2	46
Вариант 8	47
Часть 1	47
Часть 2	52
Система оценивания экзаменационной работы по математике (часть 1)	54
Ответы к заданиям	54
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом (часть 2)	56
Вариант 1	56
Вариант 2	61
Вариант 3	66
Вариант 4	71
Вариант 5	76
Вариант 6	81
Вариант 7	86
Вариант 8	91